

Kvantummechanika ZH I.

2011. március 28

1. Végtelen mély potenciálgödör

Legyen $V(x) = 0$, ha $0 < x < a$ és $V(x) = \infty$ azon kívül. (a) Adjuk meg az energia sajátértékeket és a normált sajátfüggvényeket ($E_n, \psi_n(x)$, $n = 1, 2, \dots$). (b) Ha a normált kezdeti feltétel $\psi(x, t = 0) = A[3\psi_1(x) + 4\psi_2(x)]$ alakú, akkor mennyi lehet A . Adjuk meg a $\psi(x, t)$ időfüggő hullámfüggvényt. (c) Határozzuk meg a $p_{12} = \langle \psi_1 | \hat{p} | \psi_2 \rangle$ mátrixelemet. (d) Az impulzus $p(t) = \langle \psi(t) | \hat{p} | \psi(t) \rangle$ időfüggő várható értéke oszcillál – adjuk meg ennek a frekvenciáját.

2. Dirac delta potenciálgödör

Írjuk fel a $V(x) = -\alpha\delta(x)$ $\alpha > 0$ potenciálbeli egyetlen kötött állapotot, s vizsgáljuk meg, teljesül-e a határozatlansági reláció (számítsuk ki $\Delta x \Delta p$ értékét).

3. Dirac delta potenciálgát

Az origóba állított $V(x) = \alpha\delta(x)$ potenciálgát mellett határozzuk meg a reflexiós és transzmissziós amplitúdókat ($r(E), t(E)$) Teljesül-e $|r|^2 = |t|^2$? Mekkora az alagutazás valószínűsége?

4. Négyzög potenciálgát

Legyen $V(x) = V_0 > 0$, ha $0 < x < a$ és $V(x) = 0$ azon kívül. Mekkora energia mellett lesz tökéletes a transzmisszió ($T = 1$) a következő esetekben (a) $V_0 < E$ (b) $V_0 > E$?

5. Nem teljes rendszer

Tegyük fel, hogy valamely potenciálgödörben véges számú kötött állapot létezik. Ezért egy részecske kezdeti, normálható de egyébként tetszőleges hullámfüggvényét általában nem fejthetjük ki a kötött állapotok szerint. Írjuk le néhány mondattal kvalitatíven, az ilyen állapot hogyan fejlődhet az időben?

6. Operátorok függvényei

Számítsuk ki a következő kommutátorokat (a) $[f(\hat{x}), \hat{p}]$; (b) $[\hat{x}, f(\hat{p})]$. Mutassuk meg, hogy (c) ha \hat{P} projektor, akkor $1 - \hat{P}$ is az; (d) $\frac{1}{1-a\hat{P}} = \hat{1} + \frac{a}{1-a}\hat{P}$; (e) általában $f(\hat{P}) = \hat{1}f(0) + (f(1) - 1)\hat{P}$ (utólagos kiegészítés: $f(1) - 1$ elírás, a helyes képlet $f(1) - f(0)$, a feladatot megoldónak ezt észre kellett venni).