

Hidrodinamikai modellezés a nehézionfizikában - áttekintés és újabb eredmények -

Nagy Márton

ELTE Atomfizikai Tanszék

Csörgő Tamás, Barna Imre

Wigner FK

ELTE Statisztikus Fizikai Szeminárium

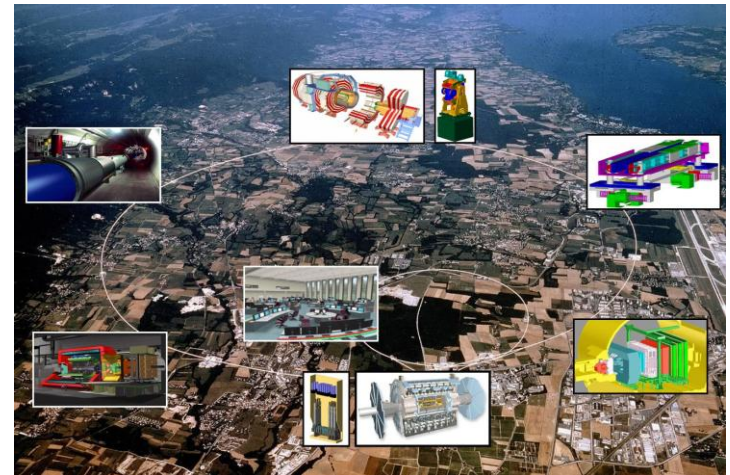
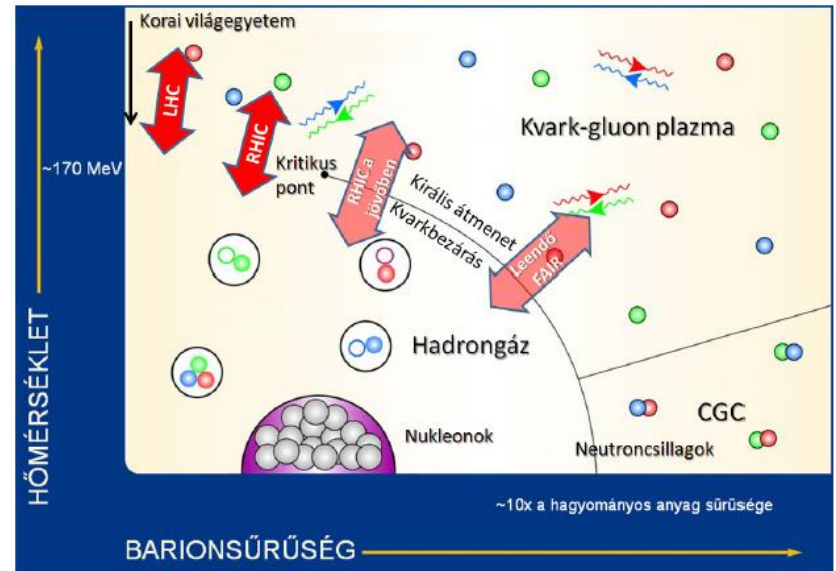
2014. április 23.

- Hidrodinamikai modellezés a nehézionfizikában
- Egzakt megoldások, relativisztikus és nemrelativisztikus eset
- A forgás szerepe, új eredmények

Bevezető: nehézionfizika

Nehézionfizika: a QCD fázisszerkezetének kutatása, kísérlet + elmélet
Nagyberendezések:
RHIC, LHC, tervezett: FAIR, RHIC-II, ...

Kvark-gluon-plazma:
Hagedorn-paradoxon (1965)
elnevezés: *Shuryak 1980*
RHIC, LHC: *tökéletes kvarkfolyadék*



Mérhető mennyiségek

A nehézionfizika „nyelve” : magfizikai jellemzők: $A, Z...$

kinematikai jellemzők: $p_T, y = \frac{1}{2} \ln \frac{E + p_z}{E - p_z}, \eta = \frac{1}{2} \ln \frac{p + p_z}{p - p_z} = \text{Arth} \cos \theta \dots$

Egyrészecske-eloszlások:

inv. eloszlás: $N_1(\mathbf{p}) \equiv E \frac{dn}{d^3\mathbf{p}} = \frac{dn}{p_T dp_T dy d\varphi}$, kiinetgrálva: $\frac{1}{2\pi p_T} \frac{dn}{dp_T dy} \frac{dn}{dy}$

„folyás”-paraméterek: $N_1(\mathbf{p}) = N_1(p_T, p_z) \left(1 + 2 \sum_n v_n \cos(n(\varphi - \Psi_n)) \right)$

„elliptikus folyás”: v_2

Korrelációk:

jet-alakok ($\Delta\varphi$ korrelációs mérésekkel)

két(vagy több)részecske-korrelációk, femtoszkópia

$$C(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) \equiv \frac{N_2(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)}{N_1(\mathbf{p}_1)N_1(\mathbf{p}_2)}$$

Kemény folyamatok: pQCD tartományban. Nukleáris módosulási tényező: R_{AA}

Lágy folyamatok: a részecskeprodukciónak zöme, statisztikus, hidrodinamikai jelleg
kollektív tulajdonságok (állapotegyenlet, viszkozitás, hangsebesség, ...)

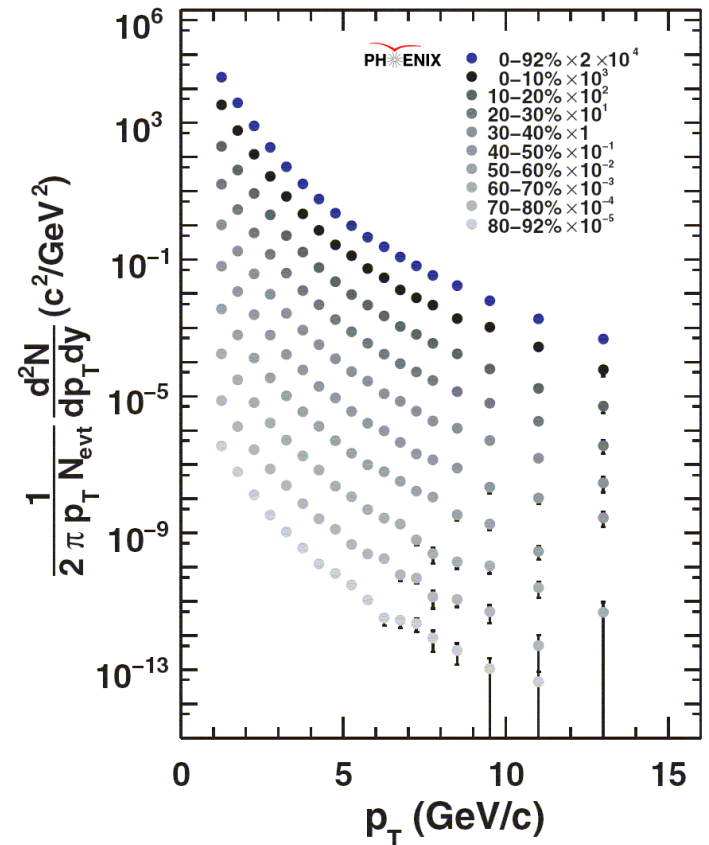
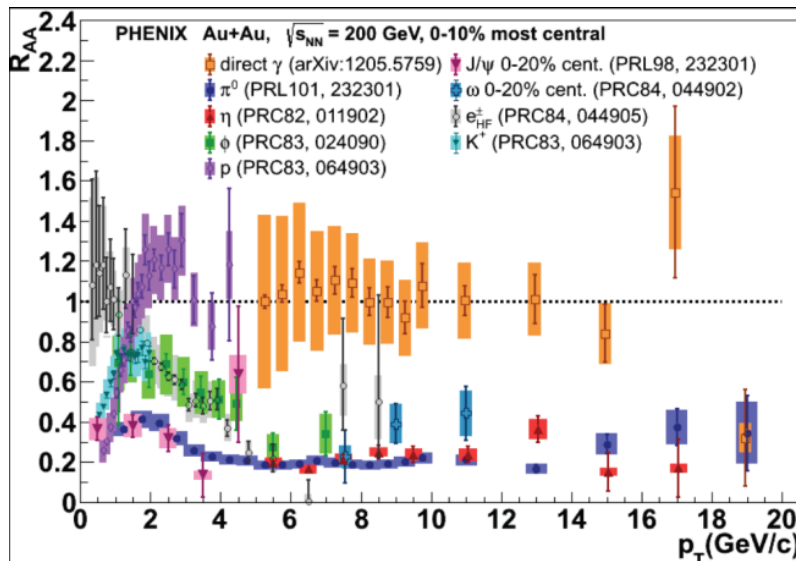
A nehézionfizikai kutatás *mérföldkövei*

Nagy impulzusú részecskék „elnyomódnak”

kvark-szinten

nagyobb energián is (LHC)

pQCD alapú modellek sikere és hiányosságai...



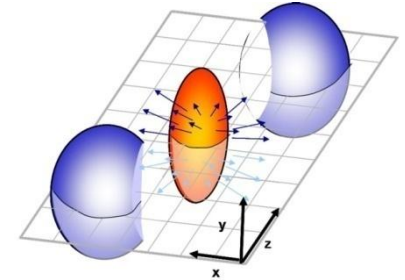
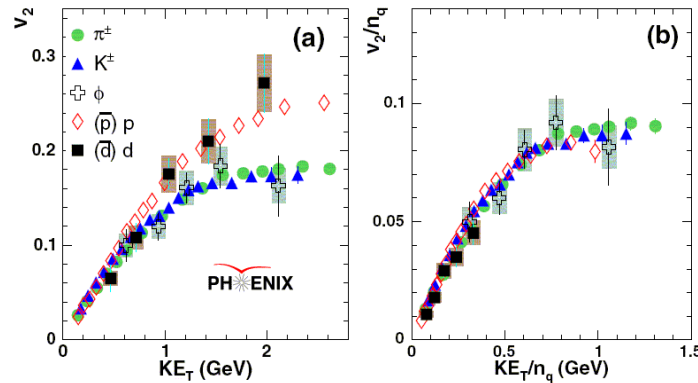
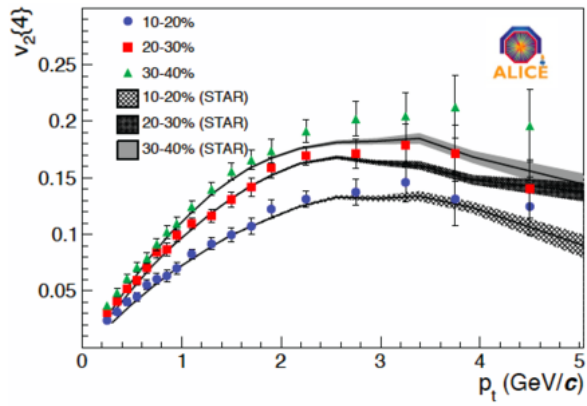
Kis impulzusú tartomány: statisztikus jelleg (*Fermi 1950, Landau 1954*)

Kísérleti megfigyelések (*1950-től*): Termikus eloszlású részecskeprodukción

PHENIX, 2010: direktfoton-spektrumból *hőmérséklet*

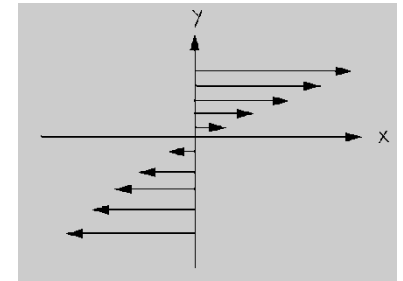
A nehézionfizikai kutatás mérőkövei

Kvarkok folyadéka:



Kis viszkozitás -> nagy hatáskeresztmetszet, erős csatolás

$$\frac{F_x}{A} = -\eta \frac{\partial v_x}{\partial y} \quad \eta \approx nm\bar{v}l \approx nm\bar{v} \frac{1}{n\sigma} = \frac{m\bar{v}}{\sigma}$$



„Tökéletes kvarkfolyadék”: 2005 - viszkozitásmérés:

Elliptikus folyásból (*R. Lacey et al., PRL 98, 092301, 2007*)

Fluktuációkból (viszkozitás ezeket csökkenti, *Gavin&Abdel-Aziz PRL 97 162302 2006*)

Magasabb folyási együtthatókból, nehéz kvarkok (c,b) folyásából...

Egybehangzóan: $\frac{\eta}{s}$ alig nagyobb $\frac{\hbar}{4\pi}$ -nél (ez egy feltételezett alsó határ)

Hidrodinamikai modellezés

Relativisztikus hidrodinamika a nehézionfizikában

- Kezdő- és végállapot kapcsolata hidrodinamikai modellezéssel kutatható
- Relativisztikus hidrodinamika: egyszerű alapelveken nyugvó elmélet
 - energia- és impulzusmegmaradás, lokális termodinamikai egyensúly
- Hidrodinamikai modellezés: kezdőállapot + dinamikai egyenletek megoldása (állapotegyenlettel) + kifagyási feltétel; spektrumok, korrelációk termikus eloszlásból számolhatók, mérésekkel összehasonlíthatók
- *Egzakt ill. numerikus* megoldások

Megfigyelhető mennyiségek kiszámítása: Forrásfüggvény: $S(x, p)$, ebből:

$$N_1(\mathbf{p}) = \int d^4x S(x, p) \quad C_2(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) \cong 1 + \frac{|\tilde{S}(q, K)|^2}{|\tilde{S}(0, K)|^2} \quad \tilde{S}(q, K) = \int d^4x e^{ix(p_1 - p_2)} S\left(x, \frac{p_1 + p_2}{2}\right)$$

Az anyag folyadék-jellegére a hidrodinamikai modellekből lehet következtetni

Alapmennyiségek: $s, n, T, \mu, u^\mu, T_{\mu\nu}, \varepsilon, p$

A forrásfüggvény egy alakja:

$$S(x, p) d^4x = \frac{g}{(2\pi\hbar)^3} \frac{p^\mu d\Sigma_\mu(x)}{B^{-1}(x, p) + s_q} \quad B(x, p) = \exp\left\{ \frac{\mu(x)}{T(x)} - \frac{p^\mu u_\mu(x)}{T(x)} \right\}$$

Alapegyenletek

Tökéletes folyadékok egyenletei

Energia-impulzus-tenzorból (Landau)

$$T_{\mu\nu} = \partial_\mu \Phi_k \frac{\partial \Lambda}{\partial (\partial^\nu \Phi_k)} - g_{\mu\nu} \Lambda$$

Behelyettesítve, projekciót alkalmazva:

$$T_{\mu\nu} = (\varepsilon + p)u_\mu u_\nu - pg_{\mu\nu} \quad \partial_\nu T^{\mu\nu} = 0$$

Euler-egyenlet:

$$(\varepsilon + p)u^\nu \partial_\nu u^\mu = (g^{\mu\rho} - u^\mu u^\rho) \partial_\rho p$$

$$\frac{\varepsilon + p}{1 - v^2} \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla p - \mathbf{v} \frac{\partial p}{\partial t}$$

$$m_0 n \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla p$$

Energiaegyenlet:

$$(\varepsilon + p) \partial_\mu u^\mu + u^\mu \partial_\mu \varepsilon = 0$$

$$\frac{1}{1 - v^2} \frac{d}{dt} \frac{v^2}{2} + \nabla \mathbf{v} + \frac{1}{\varepsilon + p} \frac{d\varepsilon}{dt} = 0$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} + (\varepsilon + p) \nabla \mathbf{v} = 0$$

Kontinuitási egyenlet:

$$n \partial_\mu u^\mu + u^\mu \partial_\mu n = 0$$

$$\frac{1}{1 - v^2} \frac{d}{dt} \frac{v^2}{2} + \frac{1}{n} \frac{dn}{dt} + \nabla \mathbf{v} = 0$$

$$\frac{1}{n} \frac{dn}{dt} + \nabla \mathbf{v} = 0$$

relativisztikus (Lorentz)

relativisztikus (3d jelölés)

nemrelativisztikus

Együttmozgó derivált: $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla$ Termodinamika: $d\varepsilon = Tds + \mu dn \rightarrow \partial_\mu (su^\mu) = 0$

Nemrelativisztikus határátmenet: $v \ll c$, $\varepsilon = nm_0 + \varepsilon^{NR}$, $\varepsilon^{NR} \ll nm_0$, $p \ll nm_0$

Állapotegyenlet: szükséges, hogy zárt egyenletrendszert kapjunk

Kitekintés: súrlódó folyadékok

Nemrelativisztikus eset:

Alapegyenlet ismert: Navier-Stokes-egyenlet (esetleg térfogati viszkozitással)

Nehézionfizikai egzakt megoldások: kevés, érdemes tovább keresni (viszkozitás központi kérdés).

Táguló ellipszoid-tűzgömb-megoldás: létezik, a tengelyek mozgásegyenlete más.

Hadronikus végállapotból nem lehet egyértelműen a viszkozitásra következtetni!

Relativisztikus eset:

Az alapegyenletek sem tisztázottak! (nem világos a „sebesség” definíciója)

A korai módszerekben (Eckart, Landau): $\pi_{\mu\nu}$, j_μ , $\pi_\mu^\mu = 0$, $\pi_{\mu\nu}u^\mu = 0$, $j_\mu u^\mu = 0$

$$T_{\mu\nu} = (\varepsilon + p)u_\mu u_\nu - pg_{\mu\nu} + q_\mu u_\nu + q_\nu u_\mu + \pi_{\mu\nu}, \quad \partial_\nu T^{\mu\nu} = 0 \quad N^\mu = nu^\mu + j^\mu, \quad \partial_\mu N^\mu = 0$$

Landau: sebesség=energiaáram, $q_\mu \equiv 0$ *Eckart*: sebesség=részecskeáram, $j_\mu \equiv 0$

$$\pi_{\mu\nu} = \eta(\Delta_{\mu\rho}\partial^\rho u_\nu + \Delta_{\nu\rho}\partial^\rho u_\mu) + \xi\Delta_{\mu\nu}\partial^\rho u^\rho, \quad \Delta_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} - u_\mu u_\nu$$

Entrópianövekedés meghatározza j_μ ill. q_μ alakját... instabilitás, akauzalitás...

- *Israel, Stewart (és azóta sokan mások)*: magasabbrendű elméletek: az anyag tulajdonságait nemcsak a három eddigi kinetikus együttható határozza meg
- Relativisztikus termodinamikai megalapozás (magyar részvétel is, Bíró T., Ván P.)

Egzakt megoldások (nemrelativisztikus eset)

Ismert nemrelativisztikus megoldások:

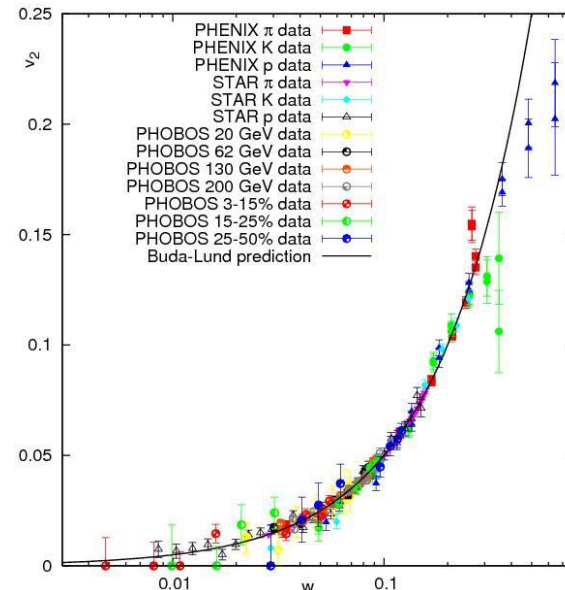
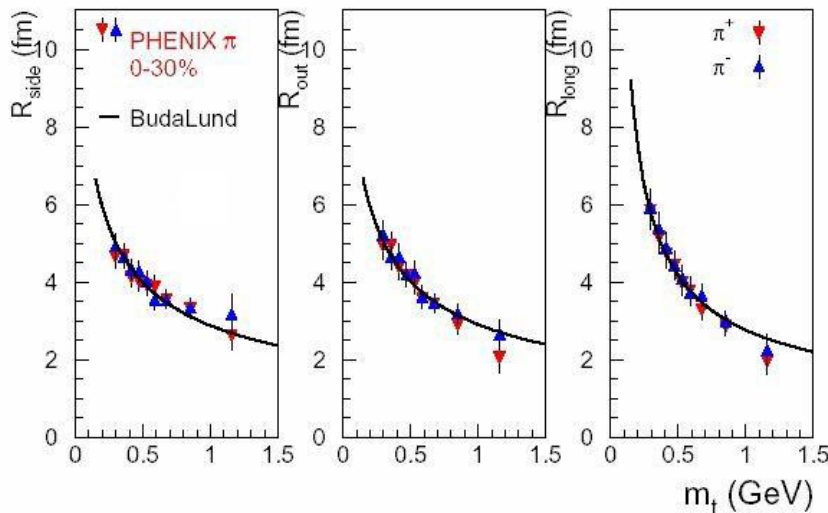
Nehézionfizikai megoldás: önhasonló, elliptikus, táguló tűzgömb (Csörgő T)
 Korábbi speciális esetek (pl. Zimányi-Bondorf-Garpman-megoldás)

$$v_i = \frac{\dot{X}_i(t)}{X_i(t)} r_i \quad A = \sum \frac{r_i^2}{X_i^2} \quad n = n_0 \left(\frac{V_0}{V} \right)^3 \nu(A) \quad T = T_0 \left(\frac{V_0}{V} \right)^{3/\kappa} \tau(A) \quad \frac{v'}{v} + \tau' = C$$

Buda-Lund-modell (Csörgő T , B. Lörstad, Csanád M.):

Önhasonló elliptikus egzakt megoldások között „interpolál”

Adatok leírása -> utalás a Hubble-folyású
 egzakt megoldások megjelenésére!



Egzakt megoldások (relativisztikus eset)

Ismert relativisztikus megoldások:

Landau-Khalatnikov-megoldás (1954): 1+1D, kezdetben álló véges térfogatú anyag, gyorsuló tágulást ír le, közelítőleg Gauss-alakú rapiditáseloszlás adódik

Hwa-Bjorken-megoldás:

Egyszerű: boost-invariáns 1+1D tágulás (R. C. Hwa 1974, J. D. Bjorken 1982)

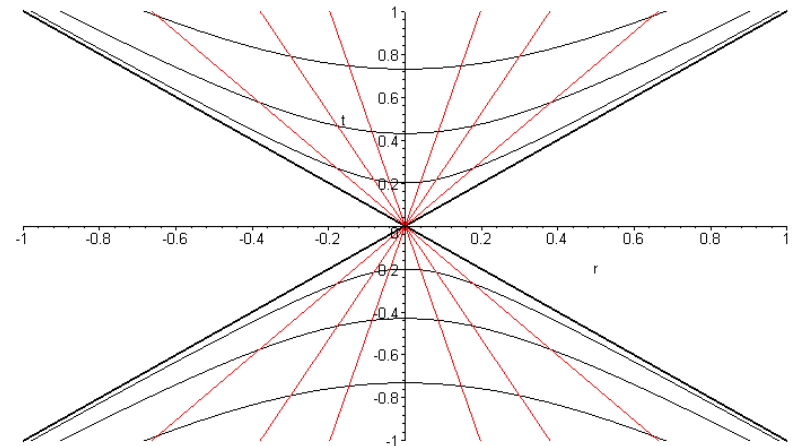
„Rindler-koordinátákban” felírva: $v = \frac{r}{t} = \text{th } \eta$ $s = s_0 \frac{\tau_0}{\tau}$ $t = \tau \text{ch } \eta$, $r = \tau \text{sh } \eta$

Rapiditáseloszlás leírása (energiasűrűség-becsléshez): Bjorken-eset: konstans $\frac{dn}{dy}$

Többdimenziós általánosítás (Csörgő T. et al)

$$u^\mu = \frac{x^\mu}{\tau} \quad A = \frac{r_x^2}{\dot{X}_0^2 t^2} + \frac{r_y^2}{\dot{Y}_0^2 t^2} + \frac{r_z^2}{\dot{Z}_0^2 t^2}$$
$$n = n_0 \left(\frac{\tau_0}{\tau} \right)^3 \frac{1}{\beta(A)} \quad T = T_0 \left(\frac{\tau_0}{\tau} \right) \beta(A)$$

Buda-Lund-modellhez illeszkedik
önhasonló, elliptikus tágulás



További egzakt megoldások: Bíró T., Yu. Sinyukov , A. Bialas, ...

A λ -megoldások

Első gyorsuló explicit relativisztikus hidrodinamikai megoldás:

Khalatnikov módszerének általánosító újragondolásából: Gyorsuló tágulást leíró megoldásokosztály (NM, Csörgő T., Csanád M., 2008); állandó gyorsulású tágulás

$$\mathbf{v} = \frac{2t\mathbf{r}}{t^2 + r^2} \quad T = T_0 \frac{\tau_0^2}{\tau^2} \beta(A) \quad n = n_0 \left(\frac{\tau_0^2}{\tau^2} \right)^3 \frac{1}{\beta(A)} \quad A = \frac{r}{\tau^2}$$

Általánosítás Rindler-koordinátákban: a Hwa-Bjorken-megoldás általánosításaként is megjelennek:

$$v = \text{th } \lambda \eta \quad p = p_0 \left(\frac{\tau_0}{\tau} \right)^{\frac{\lambda D}{\kappa} (\kappa+1)}$$

Paraméterek speciális eseteire érvényes

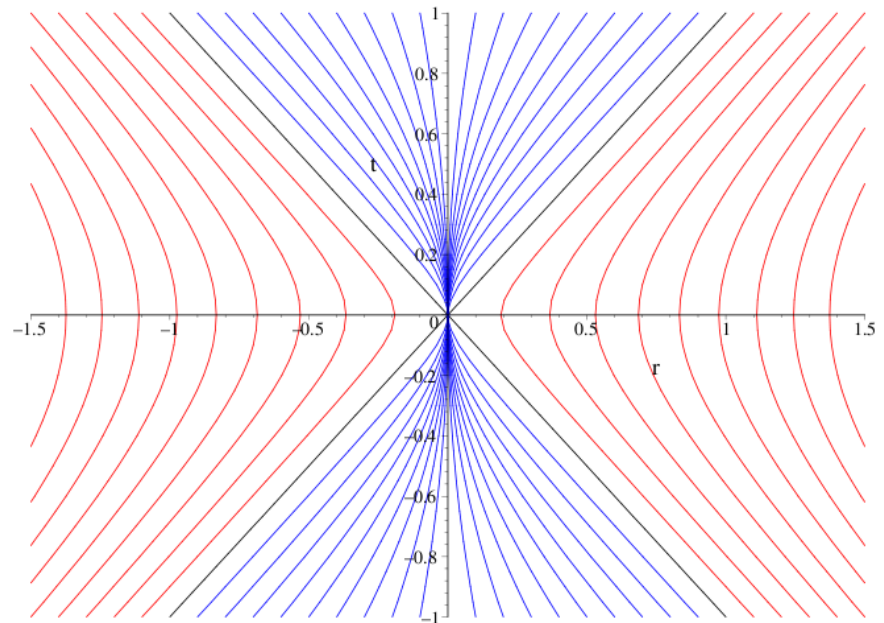
1+1D, $\kappa = 1$ -re *általános megoldás*

Általánosítások:

„Ütközésmentes” megoldások, forgó megoldások...

Alkalmazások:

rapiditáseloszlás, energiasűrűség...

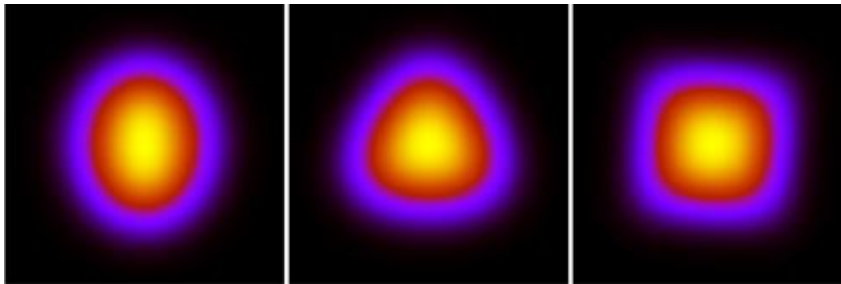


Egyéb relativisztikus megoldások

Egyszerű, Hubble-típusú megoldás magasabbrendű azimutális aszimmetriákkal

Szabó A., Csanád M., 2013

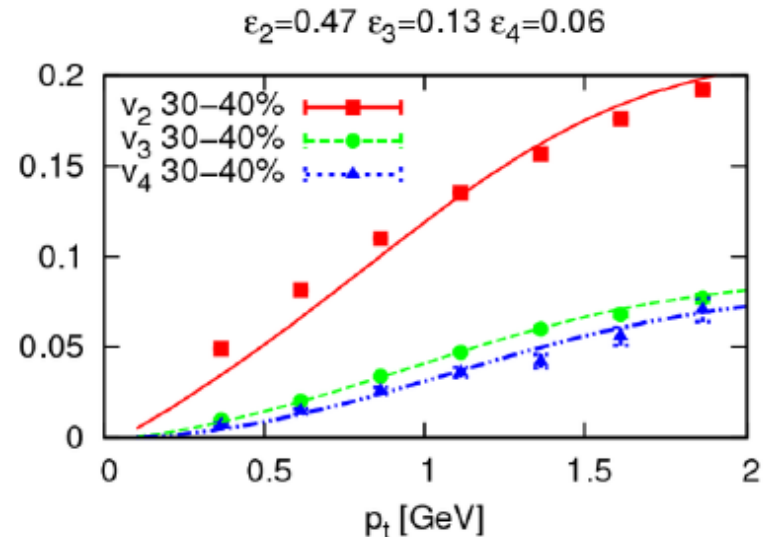
Motiváció: újabb mérések v_n -re, fluktuációk szerepe a kezdeti állapotban



$$u^\mu = \gamma \left(1, \frac{\dot{X}}{X} r_x, \frac{\dot{Y}}{Y} r_y, \frac{\dot{Z}}{Z} r_z \right)$$
$$s = 1 + \sum_N \frac{r^N}{R^N(t)} (1 + e_N \cos(N\phi))$$

Páratlan – páros harmonikusok: nem keverednek

Páratlan v_n -ek szerepe: csak fluktuációkból, „eseményenkénti” mérés



Egyéb relativisztikus megoldások

Forgó relativisztikus megoldás:

$$\mathbf{v} = \frac{2t\mathbf{r} + \mathbf{B} \times \mathbf{r}}{t^2 + r^2 + \rho} \quad T = T_0 \frac{\tau_0^2}{\sqrt{(\tau^2 + \rho)^2 + 4\rho\tau \operatorname{sh}^2 \eta - (\mathbf{B} \times \mathbf{r})^2}}$$

Véges megoldás pszeudorapiditásban

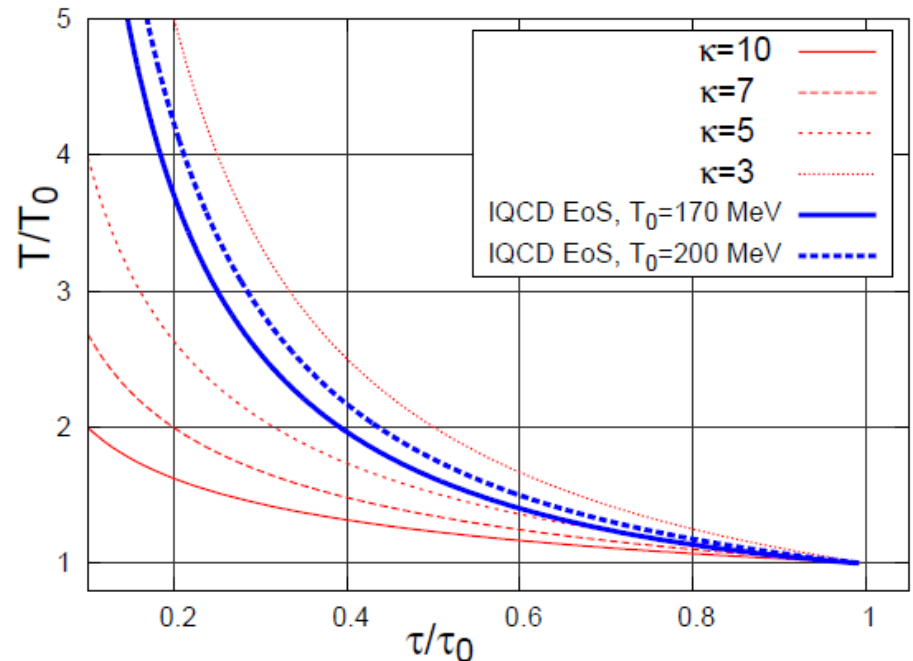
Periférikus nehézion-reakciókban fontos, nemeltűnő elliptikus folyás

További általánosítások is léteznek: „haladó” megoldások...

További relativisztikus megoldások:

Általánosabb állapotegyenlet,
nem gyorsuló, Hubble-tágulás
(Csanád, Nagy, Lökös, 2012)

Nyitott kérdés pl:
elliptikus szimetriájú, gyorsuló?
általános állapotegyenlet, gyorsuló?



Forgó megoldások, nemrelativisztikus eset

Önhasonló Hubble-tágulás forgó általánosítása

$$\mathbf{v} = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} \mathbf{r} + \frac{a_0}{a^2(t)} \mathbf{C}_0 \times \mathbf{r} \quad T = T_0 \frac{a_0^2}{a^2(t)} \quad a^2(t) = \frac{T_i}{m_0} (t - t_0)^2 + a_0^2$$

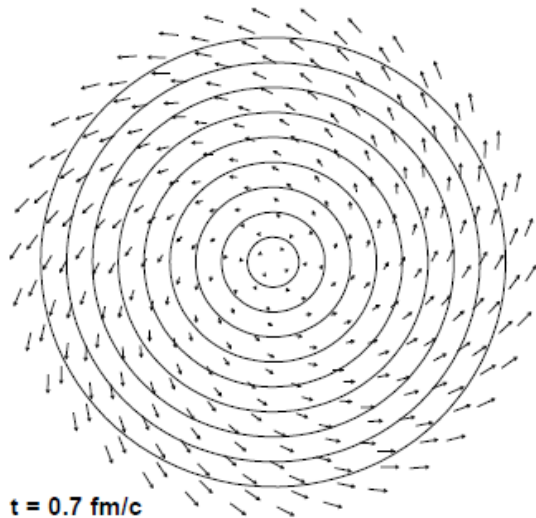
$$n = n_0 \frac{a_0^3}{a^3(t)} \exp \left\{ -\frac{T_i}{2T_0} \frac{r^2}{a^2(t)} + \frac{m_0}{2T_0} \frac{(C_0^2 r^2 - (\mathbf{C}_0 \mathbf{r})^2)}{a^2(t)} \right\}$$

Nem forgó eset:
Csizmadia, Csörgő,
Lukács 1998

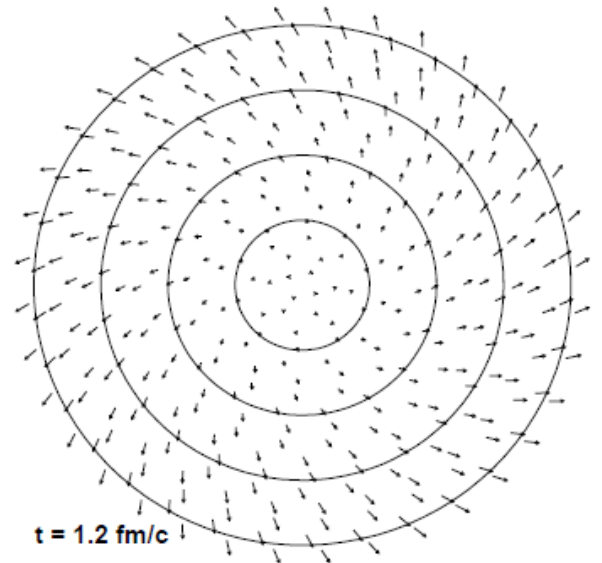
Forgó: *NM 2012*

A forgó megoldások nem centrális nehézion-ütközésekben jelentősek

Általánosítás: *Csörgő & NM, 2014*



A forgástengelyre
merőlegesen



Háromtengelyű forgó megoldás (NR)

Új eredmény (Csörgő T., NM, Barna I., előkészületben)

Háromtengelyű forgás, a forgó rendszerben az eddigiek egyszerű (?) általánosítása

$$\mathbf{v} = \gamma \left(\frac{\dot{X}}{X} r'_x + \frac{X}{Z} r'_z, \frac{\dot{Y}}{Y} r'_y, \frac{\dot{Z}}{Z} r'_z - g \frac{Z}{X} r'_x \right) \quad \omega = (0, \dot{\beta}, 0) \quad \dot{\beta} = g = \frac{\chi_0}{(X+Z)^2}$$

$$n = n_0 \frac{X_0 Y_0 Z_0}{XYZ} \exp \left(-\frac{r_x'^2}{2X^2} - \frac{r_y'^2}{2Y^2} - \frac{r_z'^2}{2Z^2} \right) \quad T = T(t) = \Phi^{-1} \left(\frac{X_0 Y_0 Z_0}{XYZ} \right)$$

$$L = \frac{m_0}{2} (\dot{X}^2 + \dot{Y}^2 + \dot{Z}^2) - \frac{\chi_0^2}{(X+Z)^2} - U_0 + \int_{X_0 Y_0 Z_0}^{XYZ} \frac{d\beta}{\beta} \Phi^{-1} \left(\frac{X_0 Y_0 Z_0}{\beta} \right)$$

Mérhető mennyiségek: végállapoti termikus eloszlásból számolhatók, közelítő módszerrel analitikusan is, mért adatokhoz illeszthetőek

A forgás szerepe (elfordulási szög miatt):

páratlan azimutális harmonikusok

HBT-sugárparaméterek oszcillációja

Forgás és a megfigyelhető mennyiségek

Lokális termikus eloszlás + kifagyási feltétel

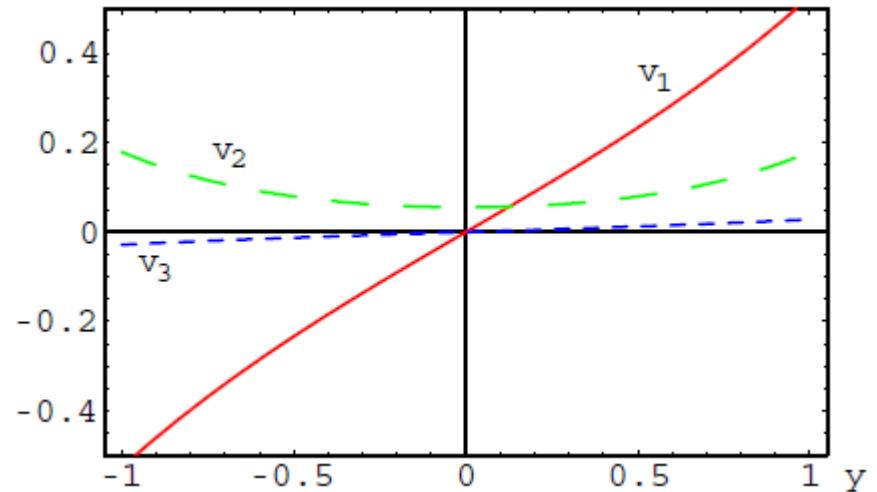
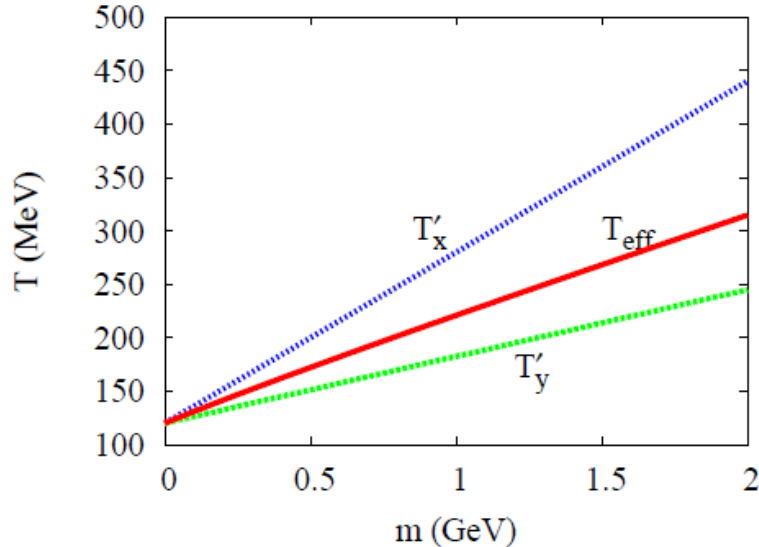
Egyszerű megoldások esetében: **analitikus képletek!**

Azimutális anizotrópis:

Rapidityfüggés a $\mathcal{G}_f \neq 0$ miatt

Spektrumok:

Effektív hőmérsékletek irányfüggése módosul



Forgás és a megfigyelhető mennyiségek

HBT-sugárparaméterek:

Kereszttagok megjelennek, azimutális oszcilláció

$$C_2(\mathbf{K}, \mathbf{q}) = 1 + \lambda \exp \left(- \sum_{i,j=s,o,l} q_i q_j R_{ij}^2 \right),$$

$$R_s^2 = R_y'^2 \cos^2 \phi + R_x^2 \sin^2 \phi,$$

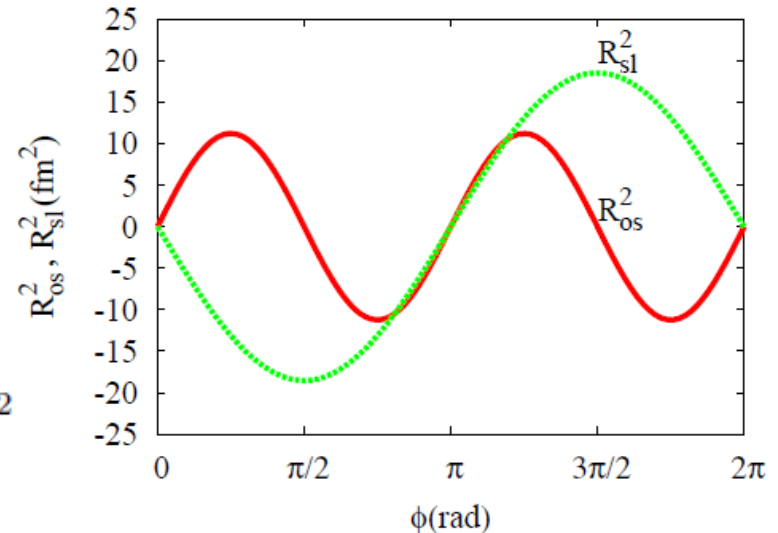
$$R_o^2 = R_x^2 \cos^2 \phi + R_y'^2 \sin^2 \phi + \beta_t^2 \Delta t^2,$$

$$R_l^2 = R_z'^2 \cos^2 \theta + R_x'^2 \sin^2 \theta + \beta_1^2 \Delta t^2,$$

$$R_{ol}^2 = (R_x'^2 - R_z'^2) \cos \theta \sin \theta \cos \phi + \beta_t \beta_1 \Delta t^2$$

$$R_{os}^2 = (R_x^2 - R_y'^2) \cos \phi \sin \phi,$$

$$R_{sl}^2 = (R_x'^2 - R_z'^2) \cos \theta \sin \theta \sin \phi.$$



Elfordulás szöge:

Kapcsolatban van az állapotegyenlettel!

„Keményebb” állapotegyenlet: kisebb elfordulás!

Eszköz lehet a fázisátmeneti pont, kritikus pont keresésében!

Kitekintés

Nehézionfizikai fenomenológia:

Az eddigi kutatások „mérőkövei”: erősen csatolt QGP megjelenésére utalnak
A hidrodinamikai leírás sikeres; igény ilyen modellek fejlesztésére
Fontos a QCD fázisszerkezetének kísérleti vizsgálatához

Egzakt megoldások vs. numerikus megoldások:

Elmélet és kísérlet együtt dolgozik
Egzakt megoldások: újjáéledt érdeklődés a klasszikus eredmények óta, a nehézionfizikai eredmények hatására
Nyitott kérdések bőven (új, általánosabb szimmetriájú és állapotegyenletű egzakt megoldások keresése, továbbá: súrlódó folyadékok kérdésköre)
Adatoknak numerikus módszereken túlmenő megértése fontos

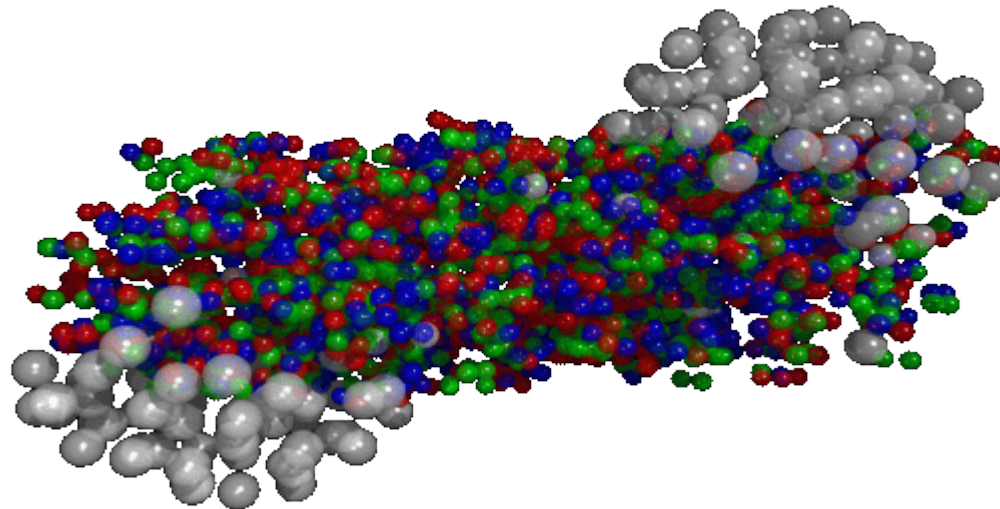
Forgó megoldások

Új egzakt eredmények
Elfordulás kísérleti meghatározására módszer!

Hidrodinamikai leírás fontos marad

- A QGP „felfedezése” után kezdődik az új halmazállapot precíziós vizsgálata

Köszönöm a figyelmet!



Tartalék fóliák következnek

Hidrodinamikai megoldások és a kinetikus elmélet

Kinetikus elmélet és hidrodinamika kapcsolata:

A mikroszkopikus kinetikai egyenletből adódnak a hidrodinamikai egyenletek

Lokális termikus eloszlás: az ütközések tartják fenn (általában)

Nemrelativisztikus eset (Maxwell): adott $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$, $T(\mathbf{r}, t)$, $n(\mathbf{r}, t)$, $\mu(\mathbf{r}, t)$ -re:

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = \frac{n}{(2\pi m_0 T)^{3/2}} \exp\left\{-\frac{(\mathbf{p} - m_0 \mathbf{v})^2}{2m_0 T}\right\} = \frac{g}{(2\pi\hbar)^3} \exp\left\{\frac{\mu}{T} - \frac{(\mathbf{p} - m_0 \mathbf{v})^2}{2m_0 T}\right\}$$

Makroszkopikus
egyenletek a
kinetikus
egyenletből

$$n = \int d^3\mathbf{p} f \quad \mathbf{v} = \int d^3\mathbf{p} \frac{\mathbf{p}}{m_0} f \quad \varepsilon = \int d^3\mathbf{p} \frac{p^2}{2m_0} f - nm_0 v^2$$

Relativisztikus eset:

$$f(x, p) = \frac{g}{(2\pi\hbar)^3} \exp\left\{\frac{\mu - p^\mu u_\mu}{T}\right\} \quad nu^\mu = \int \frac{d^3\mathbf{p}}{p^0} p^\mu f \quad T^{\mu\nu} = \int \frac{d^3\mathbf{p}}{p^0} p^\mu p^\nu f$$

Kinetikus egyenlet:

Ütközésmentes eset:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{m_0} \nabla f = St f$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{m_0} \nabla f = 0, \quad p^\mu \partial_\mu f = 0 \Rightarrow f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = f_0\left(\mathbf{r} - \frac{\mathbf{p}}{m_0}(t - t_0), \mathbf{p}, t_0\right)$$

Érdekes eredmény: *lehet* egy lokális termikus eloszlás (hidro. megoldás)

ütközésmentes!

(Nemrelativisztikus: *P. Csizmadia, T. Csörgő, B. Lukács, 1998*, relativisztikus: *NM, 2011*)

Az új megoldások alkalmazásai: mérhető mennyiségek

Mérhető mennyiségek: végállapoti termikus eloszlásból számolhatók, közelítő módszerrel analitikusan is, mért adatokhoz illeszthetők

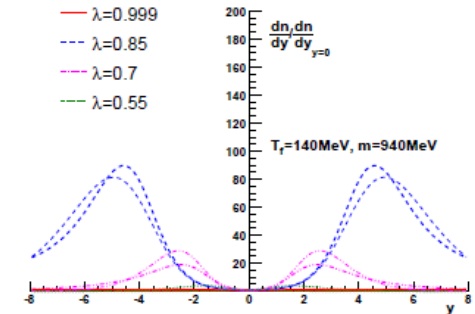
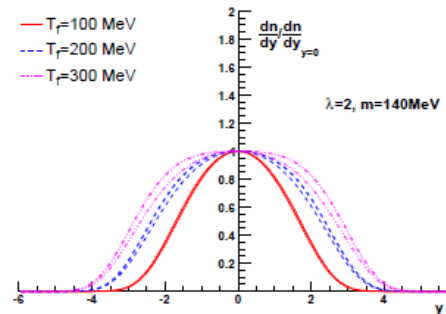
(Pseudo)rapidity-eloszlás:

Fontos megfigyelhető mennyiség: energiasűrűség-bebecsléshez

Gyorsuló megoldások -> véges rapiditáseloszlás!

Az általános λ -ra vonatkozó megoldásból, a forrásfüggvényből:

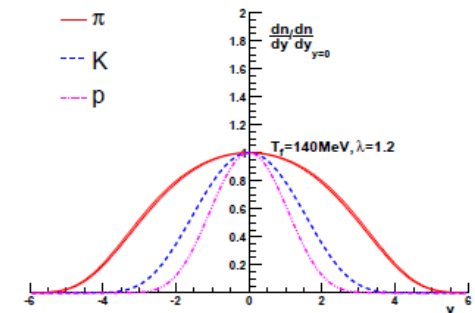
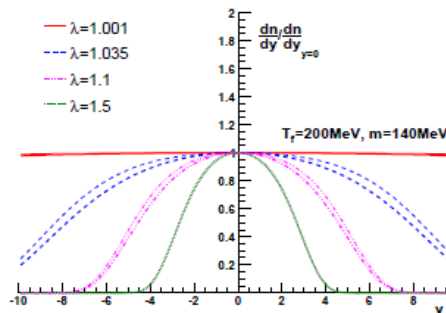
$$\frac{dn}{dy} = \int d\eta \frac{m_0 \tau_f}{2\pi\hbar} \text{ch}(\lambda\eta - y) \text{ch}^{\frac{\beta-1}{\beta}}(\beta\eta) \times \exp\left\{-\frac{m_0}{T_f} \text{ch}^{\frac{\lambda}{\lambda-1}}(\beta\eta) \text{ch}(\lambda\eta - y)\right\}$$



Közelítő analitikus formula:

$$\frac{dn}{dy} \sim \text{ch}^{\frac{\alpha}{2}-1}\left(\frac{y}{\alpha}\right) \exp\left\{-\frac{m_0}{T_f} \text{ch}^{\alpha}\left(\frac{y}{\alpha}\right)\right\},$$

$$\alpha = \frac{2\lambda - 1}{\lambda - 1}$$



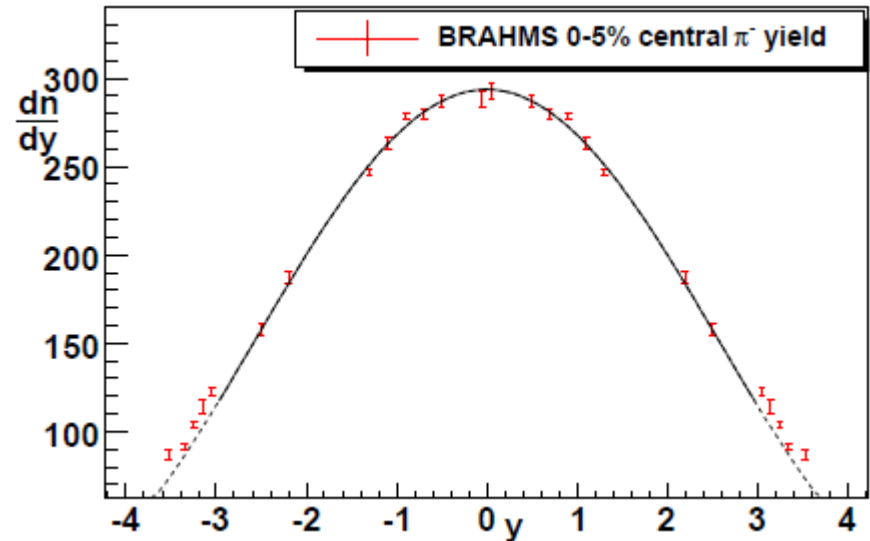
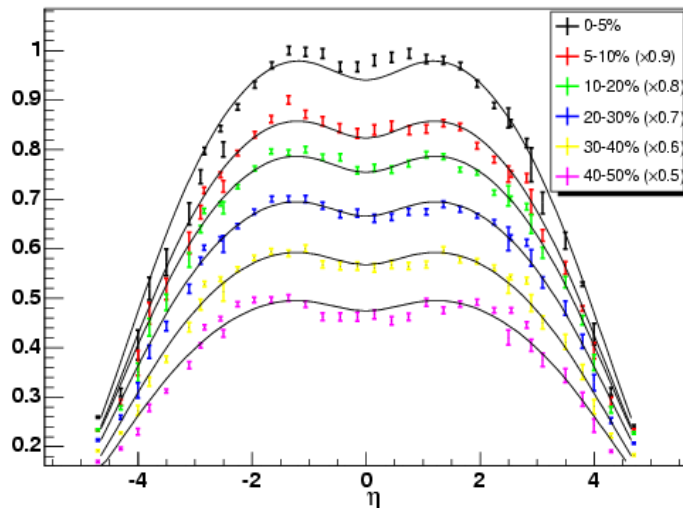
Kísérleti adatok

LHC energiák: még nincs publikált nagy lefedettségű rapiditáseloszlás-adatsor

RHIC energia:

- BRAHMS kísérlet mérései: $\frac{dn}{dy}$ és $\frac{dn}{d\eta}$ is.

Normalized pseudorapidity distributions from BRAHMS



- Adatok leírása: $\lambda \approx 1,18$ választása esetén. (Hiba: illesztése 1%, módszeré lényegesen nagyobb)

- Alkalmazás: kezdeti energiasűrűségre vonatkozó Bjorken-becslés „pontosítása”

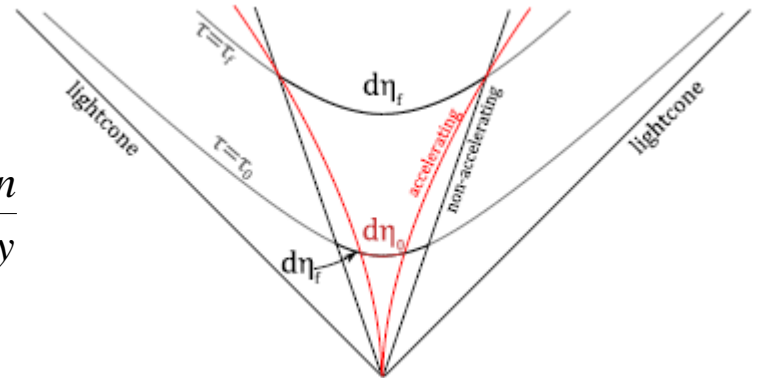
Energiasűrűség-becslés

Bjorken-becslés: $\frac{dn}{dy}$ nagyságából: termalizált energiasűrűség; kiterjedten használják!

- alapja: Bjorken-megoldás: egyenletes tágulás

$$\varepsilon_0^{Bj} = \frac{\langle m_T \rangle}{(R^2 \pi) \tau_0} \frac{dn}{dy}$$

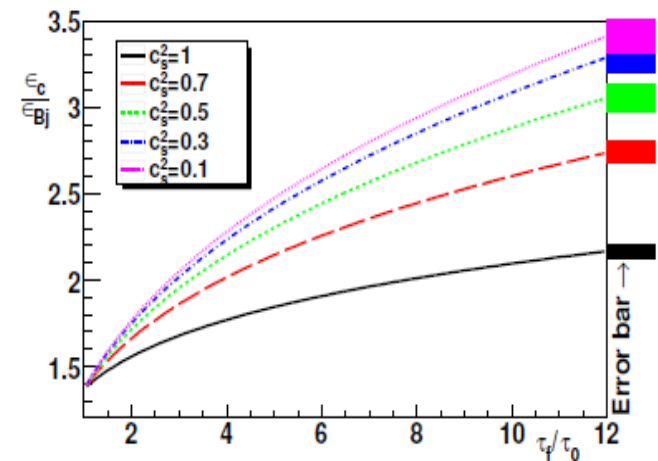
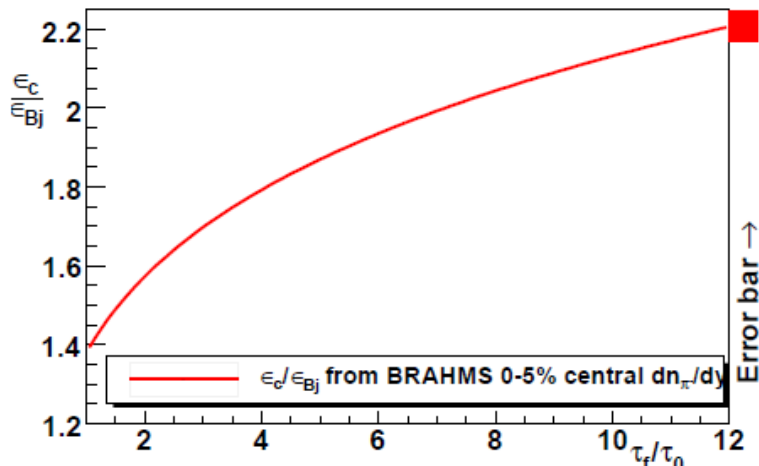
- Korrekció: *munka & tágulás gyorsulása*



Új becslés:

$$\varepsilon_0^{(c)} = \varepsilon_0^{Bj} \left(\frac{\partial \eta_f}{\partial \eta_0} \right) \left(\frac{\partial y}{\partial \eta_f} \right) = \varepsilon_0^{Bj} \cdot \left(\frac{\tau_f}{\tau_0} \right)^{\lambda-1} (2\lambda-1)$$

sejtés $\kappa \neq 1$ -re: $\varepsilon_0^{(c)} = (2\lambda-1) \left(\frac{\tau_f}{\tau_0} \right)^{(\lambda-1)(2-\frac{1}{\kappa})} \varepsilon_0^{Bj}$



Energiasűrűség-becslés, élettartam-becslés

Eredmény:

mért eloszlások jó leírása; véges szélesség a longitudinális gyorsulás miatt
energiasűrűség-becslés pontosítása: korábbi (gyorsulásmentes) Bjorken-becsléshez képest nagyságrendileg 100%-os korrekció a RHIC-nél
 $5\text{ GeV}/\text{fm}^3 \rightarrow 10\text{ GeV}/\text{fm}^3$ növekmény, a sejtés alapján további 50%
(*NM, Csörgő T., Csanád M., 2008*)

Interpretáció:

Összhangban a RHIC direktfoton-spektrum mérése alapján számolt kezdeti hőmérséklettel és energiasűrűséggel

Már a RHIC-nél létrejön a korábban LHC-re várt kezdeti energiasűrűség

A kritikus kb. $1\text{ GeV}/\text{fm}^3$ érték messze meghaladva

LHC-nél még nagyobb várható (módszer megfelelő adatsor hiányában még nem tesztelve), fázisátalakulási pont „eltalálásához” jóval a RHIC-csúcsergiánál kisebb ütközési energia kell

Alacsonyenergiás nehézion-ütközésekben is jelentős lehet a korrekció: még „keskenyebb” rapiditáseloszlás...

Reakció élettartamának becslése:

Nagyságrendileg 20% korrekció RHIC energián

Egzakt megoldások és numerikus módszerek

Numerikus megoldások:

Elvileg tetszőleges (ütközési geometria által sugallt) kezdeti feltételek, időbeli fejlődés (egyenletek megoldása) numerikusan

Elvileg tetszőleges (?) állapotegyenlet: használhatóak a rács-QCD eredmények

Mért adatokkal egyezés: a feltevés „indoklása”

Egzakt megoldások:

Hátrány nyilvánvaló: egzakt megoldás csak közelítőleg írhatja le a valóságot ,
és nehezebb ilyet találni, még egyszerűsített állapotegyenletre is

Kihívás: nemlineáris egyenletek egzakt megoldásai mindig érdekesek

Adatok: szisztematikus bizonytalanság

Előny: nem közelítő az időfejlődés: numerikus módszerek tesztelése lehetséges

Paraméteres megoldások, megoldáosztályok: kezdeti feltételek osztálya is felderíthető

Adatok „mélyebb megértése”

A hidrodinamikai modellezésben sok a nyitott kérdés

Egzakt megoldások segíthetik az általános kép kialakulását