

Az Univerzum felforrósodása

Patkós András

Eötvös Egyetem, Fizikai Intézet

Vázlat

- Az inflációs korszak vége (gyors áttekintés)
- Az inflaton elbomlásának két hatásos módja:
"TACHYONIKUS INSTABILITÁS" vs. "PARAMETRIKUS REZONANCIA"
Linearizált kvantumtérelméleti tárgyalás
- A standard modell kölcsönható tereinek korai időfejlődése
A "FELFŰTÉS"
Klasszikus nem-lineáris térelmélet
- A forró termikus Univerzum kialakulása
TERMALIZÁCIÓ
Kvantum-korrigált mozgásegyenletek a részecskeszám eloszlására

Kutatás a korai kozmológia és a kvantumtérelmélet határán:

WMAP az első 3 év után:

A 6 alapvető kozmológiai paraméter értéke 2006. március 20-tól

$$(\Omega_m h^2, \Omega_b h^2, h, n_s, \tau, \sigma_8) =$$

$$= (0.127 \pm 0.010, 0.0223 \pm 0.0008, 0.73 \pm 0.03, 0.951, 0.09, 0.74)$$

[WMAP az első év után:

$$\Omega_m h^2 = 0.14 \pm 0.02, \Omega_b h^2 = 0.024 \pm 0.001, h = 0.72 \pm 0.05]$$

**Milyen részecske(ék) alkotja(ák) a sötét anyagot?
(Standard, nem-standard?)**

**Hogyan jött létre és maradt fent
az anyag-antianyag aszimmetria az Univerzumban?**

Infláció

A kezdőfeltétel gondjának megoldása

Térelméleti technika:

Inflaton ($\psi(\mathbf{x}, t)$): a Standard Modell kiegészítése egy skalárral, amely a Higgs-térhez ($\chi(\mathbf{x}, t)$) csatolódik:

$$g^2 \psi^2(\mathbf{x}, t) |\chi(\mathbf{x}, t)|^2$$

Mit kapunk $t \sim 10^{-33} s$ alatt?

1. Térbeli geometria nagy pontossággal euklidészi
2. Planck-skála koherens kvantumingadozásai meghatározzák az energiaingadozásokat \rightarrow horizont paradoxon megoldása
3. Anyagösszetétel történetileg alakul ki $\longrightarrow \Omega_m, \Omega_b$

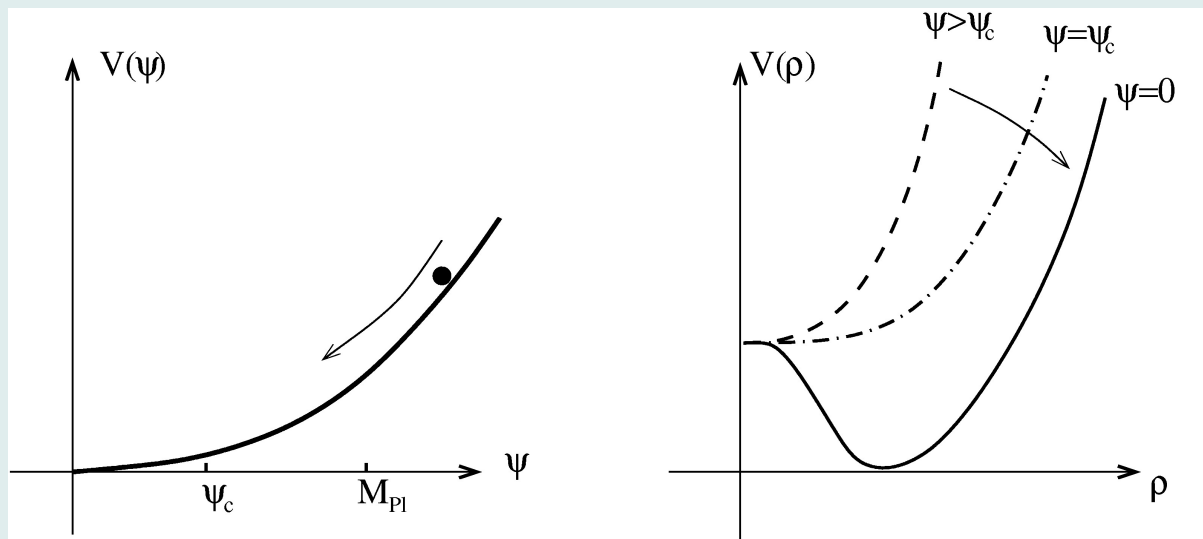
Nem-egyensúlyi kvantumterek

A hibrid infláció

A hibrid inflációs potenciál:

$$V[\psi, \chi] = \frac{1}{2}m_\psi^2\psi^2 + \frac{1}{2}g^2\psi^2|\chi|^2 + \frac{1}{2}m^2|\chi|^2 + \frac{1}{24}\lambda|\chi|^4 + \frac{3m^4}{2\lambda}, \quad m^2 < 0,$$

$$m_{eff,\chi}^2 = m^2 + g^2\psi^2, \quad \chi = \rho e^{i\varphi}, \quad \psi_{crit} = \frac{|m|}{g}.$$



Lehetséges skálák: GUT – $|m| \sim 10^{15}$ GeV

Elektrogyenge – $|m| \sim 10^2$ GeV

Részecskekeltés infláció után I

A Lagrange sűrűség: (egyszerűsítés: valós Higgs tér)

$$L[\psi, \chi] = \frac{1}{2} \{ \partial^\mu \psi \partial_\mu \psi + \partial^\mu \chi \partial_\mu \chi - m_\chi^2 \chi^2 - m_\psi^2 \psi^2 - g^2 \psi^2 \chi^2 \}$$

Klasszikus χ -egyenlet (adott $\psi(t)$) és a csatolt Friedman-egyenlet:

$$\frac{d^2 \chi_k}{dt^2} + 3H \frac{d\chi_k}{dt} + \left(\frac{k^2}{a^2} + m_{eff}^2 \right) \chi_k = 0$$

$$\left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 \equiv H^2 = \frac{8\pi}{3} G T_{00}[\psi, \chi],$$

Áttérés "konform" időkoordinátára:

$$d\eta = \frac{1}{a(t)} dt, \quad \sigma_k(\eta) = a \chi_k,$$

Móduskifejtés:

$$\begin{aligned} \sigma(\mathbf{x}, \eta) &= \int_k [\sigma_k(\eta) a_k(0) e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}} + \sigma_k^*(\eta) a_k^+(0) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}}] = \\ &= \int_k [\sigma_k(\eta) a_k(0) + \sigma_{-k}^*(\eta) a_{-k}^+(0)] e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}} \end{aligned}$$

Részecskekeltés infláció után II

Módus-egyenletek:

$$\ddot{\sigma}(\eta) + M_{eff}^2 \sigma(\eta) = 0, \quad \sigma_k(0) = \frac{1}{\sqrt{2\omega_k}}, \quad \dot{\sigma}(0) = -i\sqrt{\frac{\omega_k}{2}},$$

$$M_{eff}^2 = a^2 m_{eff}^2(\eta) + k^2 - \frac{\ddot{a}}{a}, \quad \omega_k^2 = m_{eff}^2(\eta) + k^2, \quad m_{eff,\chi}^2 = m^2 + g^2 \psi^2$$

Kvantálás

$$[a_k(0), a_{k'}^+(0)] = (2\pi)^3 \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$$

A módust elfoglaló részecskeszám időfejlődése:

$$n_k(\eta) \equiv \langle 0 | a_k^+(\eta) a_k(\eta) | 0 \rangle = \frac{1}{2} (\omega_k |\sigma_k(\eta)|^2 + \frac{1}{\omega_k} |\dot{\sigma}_k(\eta)|^2 - 1)$$

Spinodális vagy tachionikus instabilitás

$$\psi \approx \psi_c (1 + |m_\chi| u(t - t_c)), \quad m_{eff}^2 \approx -2|m_\chi|^3 u(t - t_c)$$

$$2k(n_k + \frac{1}{2}) \approx \text{const.} \sqrt{\tau} e^{4\tau^{3/2}/3}, \quad \text{ha } k < |m|, \quad \tau = (2u)^{1/3} |m_\chi| (t - t_c)$$

Részecskekeltés infláció után III

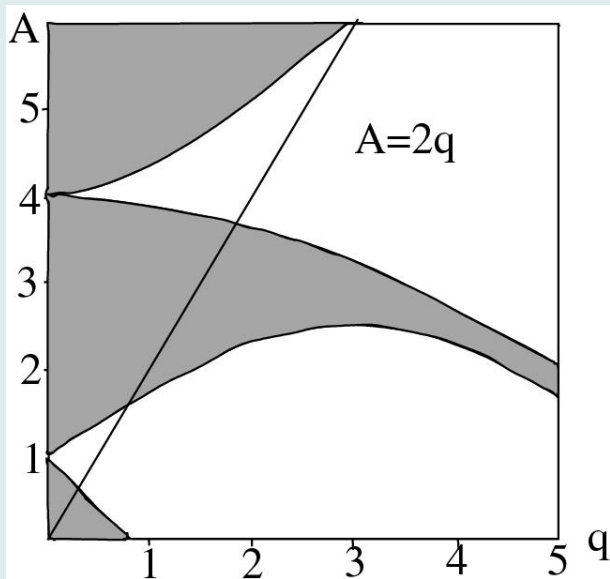
Parametrikus rezonancia

$$\ddot{\sigma}_k(\eta) + (k^2 + g^2 \psi_{exit}^2 \sin^2(m_\psi \eta)) \sigma_k(\eta) = 0,$$

Változócsere: $z = m_\psi \eta$, $2q = \frac{g^2 \psi_{exit}^2}{2m_\psi^2}$, $A_k = \frac{k^2}{m_\psi^2} + 2q$

A módus-amplitudó időfejlődése:

$$\sigma_k''(z) + (A_k - 2q \cos 2z) \sigma_k(z) = 0, \quad \textit{Mathieu - egyenlet}$$



(A_k, q) bizonyos tartományaiban

$$\sigma_k(z) \sim e^{\mu_k z} p(z)$$

Az infláció végén

$$q \approx g^2 \frac{M_P^2/25}{4(10^{-6} M_P)^2}, \quad g \sim 10^{-2} - 10^{-3}$$

$q \approx 10^4 - 10^6$, sok instabilitási sávon áthaladó **szélessávú rezonancia**

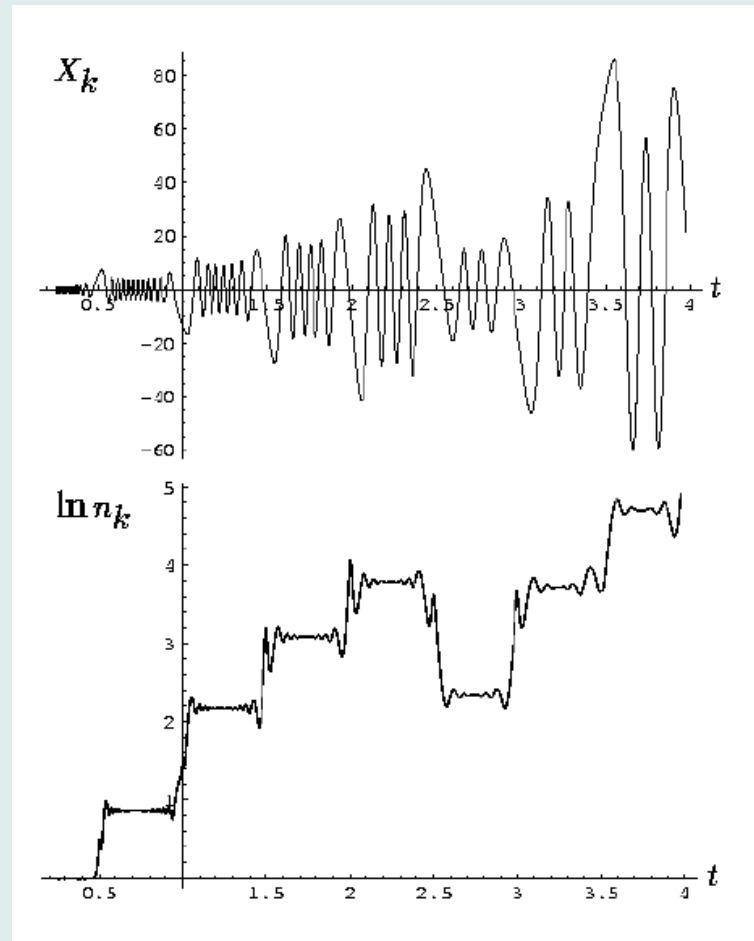
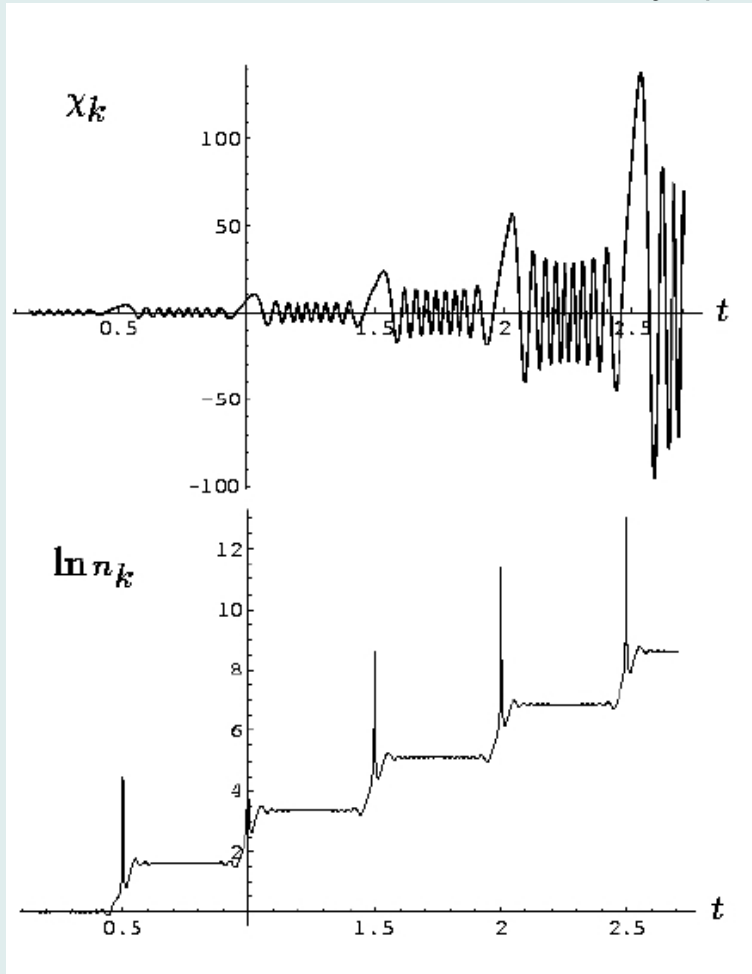
Részecskekeltés az adiabatikussági feltétel sérülésekor:

$$\omega_k^2 = k^2 + g^2 \psi_{exit}^2 \sin^2(m_\psi \eta), \quad \frac{d\omega_k}{dt} \geq \omega_k^2$$

Részecskekeltés infláció után IV

Szélessávú parametrikus rezonancia táguló Univerzumban

Kofman, Linde, Starobinsky (1997)



A tágulás hatása: rezonáns erősítés sztochasztikussá válik

Az előfűtés és az előtermalizáció

Preheating:

Klasszikus nem-lineáris téregyenletek a nagy betöltöttségű módusokra

→ az energia szétszórása kis hullámhosszú módusokba (entrópia!)

→ nagy hullámhosszakra időszakosan kvázitermikus eloszlás
magas hőmérséklettel → barionszámsértő folyamatok!

Pretermalizáció:

A rendszert alkotó gyengén kölcsönható kvázirészecskékre

a közel ideális, $p = w\rho$ állapotegyenlet

jóval a termikus egyensúlyt megelőzően

Jelentősége $\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{1}{3M_P^2} \sum_i \rho_i(a)$ megoldásában:

+ az energia mérleg-egyenlete $d(a^3 \rho_i) + p_i(\rho_i) d(a^3) = 0$

ha $p_i = w_i \rho_i$ → $\rho_i(a) = \rho_i(a(0)) a(t)^{-3(1+w_i)}$

→ a Friedman-egyenlet $a(t)$ -re zárt egyenletté válik!!

1. példa, a modell

Inflatonhoz csatolt komplex (O(2)-invariáns) Higgs-tér

$$\chi = \chi_1 + i\chi_2 = r e^{i\delta}$$

Klasszikus nem-lineáris téregyenletek táguló Univerzumban:

$$\ddot{\psi} + 3H\dot{\psi} - \Delta\psi + m_\psi^2\psi + g^2 r^2 \psi = 0,$$

$$\ddot{\chi}_i + 3H\dot{\chi}_i - \Delta\chi_i + m^2\chi_i + \frac{\lambda}{6}|\chi|^2\chi_i + g^2\psi^2\chi_i = 0, \quad i = 1, 2,$$

$$3M_{Pl}^2 H^2 = \rho_H + \rho_G + \rho_I.$$

A **parciális** nyomások és energia-sűrűségek kifejezései ($\chi = r e^{i\delta}$):

Higgs-részecske $\rho_H = \frac{1}{2}(\dot{r}^2 + (\nabla r)^2 + m^2 r^2 + \frac{\lambda}{12} r^4 + \frac{3m^4}{\lambda}),$

$$p_H = \frac{1}{2}(\dot{r}^2 - \frac{1}{3}(\nabla r)^2 - m^2 r^2 - \frac{\lambda}{12} r^4 - \frac{3m^4}{\lambda}),$$

Goldstone részecske $\rho_G = \frac{1}{2}r^2(\dot{\delta}^2 + (\nabla\delta)^2),$

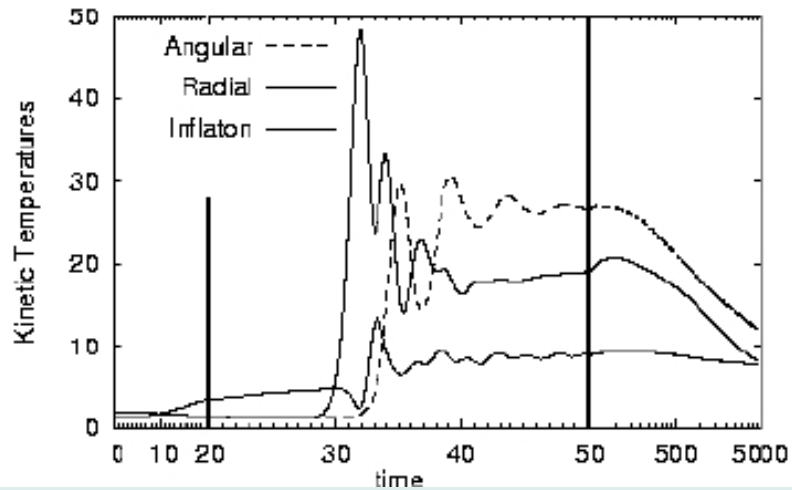
$$p_G = \frac{1}{2}r^2(\dot{\delta}^2 - \frac{1}{3}(\nabla\delta)^2),$$

Inflaton részecske $\rho_I = \frac{1}{2}(\dot{\psi}^2 + (\nabla\psi)^2 + m_\psi^2\psi^2 + g^2 r^2 \psi^2),$

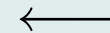
$$p_I = \frac{1}{2}(\dot{\psi}^2 - \frac{1}{3}(\nabla\psi)^2 - m_\psi^2\psi^2 - g^2 r^2 \psi^2).$$

Numerikus vizsgálat: Borsányi, Patkós, Sexty (2002-2003)

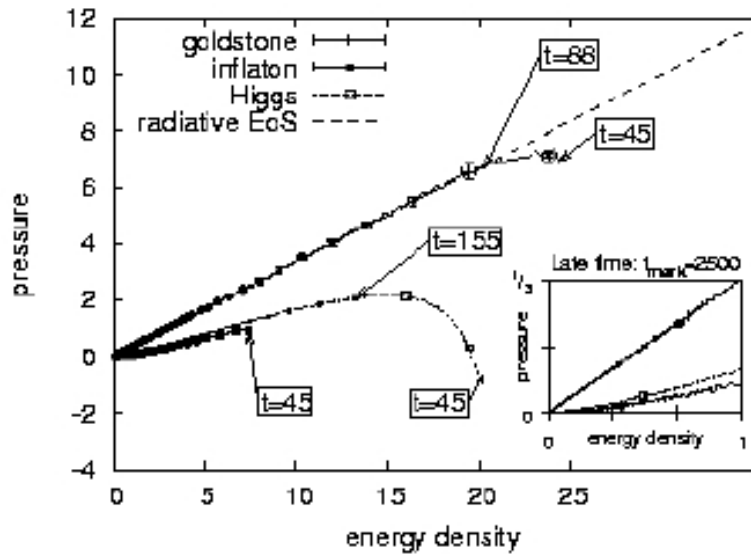
1. példa, eredmények



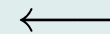
Hosszan elnyúló



termalizáció



Gyorsan megjelenő



állapotegyenletek

2. példa, a modell

Abeli mértékelmélet

$$L = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}D_\mu\Phi(D^\mu\Phi)^* + \partial_\mu\psi\partial^\mu\psi - V(\Phi),$$

$$V(\Phi) = \frac{1}{2}m^2|\Phi|^2 + \frac{\lambda}{24}|\Phi|^4 + \frac{1}{2}m_\psi^2\psi^2 + \frac{1}{2}g^2\psi^2|\Phi|^2,$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu, \quad D_\mu\Phi = (\partial_\mu + ieA_\mu)\Phi.$$

Mértékrögzés

$\Phi_U = |\Phi| \equiv \rho$: unitér mérték fizikai mennyiségek mérésénél

Fizikai szabadsági fokok: Higgs (ρ),
transzverzális vektor (\mathbf{A}_T),
longitudinális vektor (\mathbf{A}_L),
inflaton (ψ)

Instabilitás létrehozása dinamikai inflaton helyett:

pillanatszerű előjelváltás a tömegben

$$m^2 > 0 \rightarrow m^2 < 0$$

Numerikus vizsgálat: Sexty, Patkós (2004-2005)

Részecskeazonosítás

Parciális energiasűrűségek és nyomások:

$$\epsilon = \epsilon_\rho + \epsilon_T + \epsilon_L,$$

$$\epsilon_\rho = \frac{1}{2}\Pi_\rho^2 + \frac{1}{2}(\nabla\rho)^2 + V(\rho),$$

$$\epsilon_T = \frac{1}{2}[\mathbf{\Pi}_T^2 + (\nabla \times \mathbf{A}_T)^2 + e^2\rho^2\mathbf{A}_T^2],$$

$$\epsilon_L = \frac{1}{2}\left[\mathbf{\Pi}_L^2 + e^2\rho^2\left(\mathbf{A}_L^2 + \frac{1}{(e^2\rho^2)^2}(\nabla\Pi_L)^2\right)\right].$$

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_\rho + \mathbf{p}_T + \mathbf{p}_L,$$

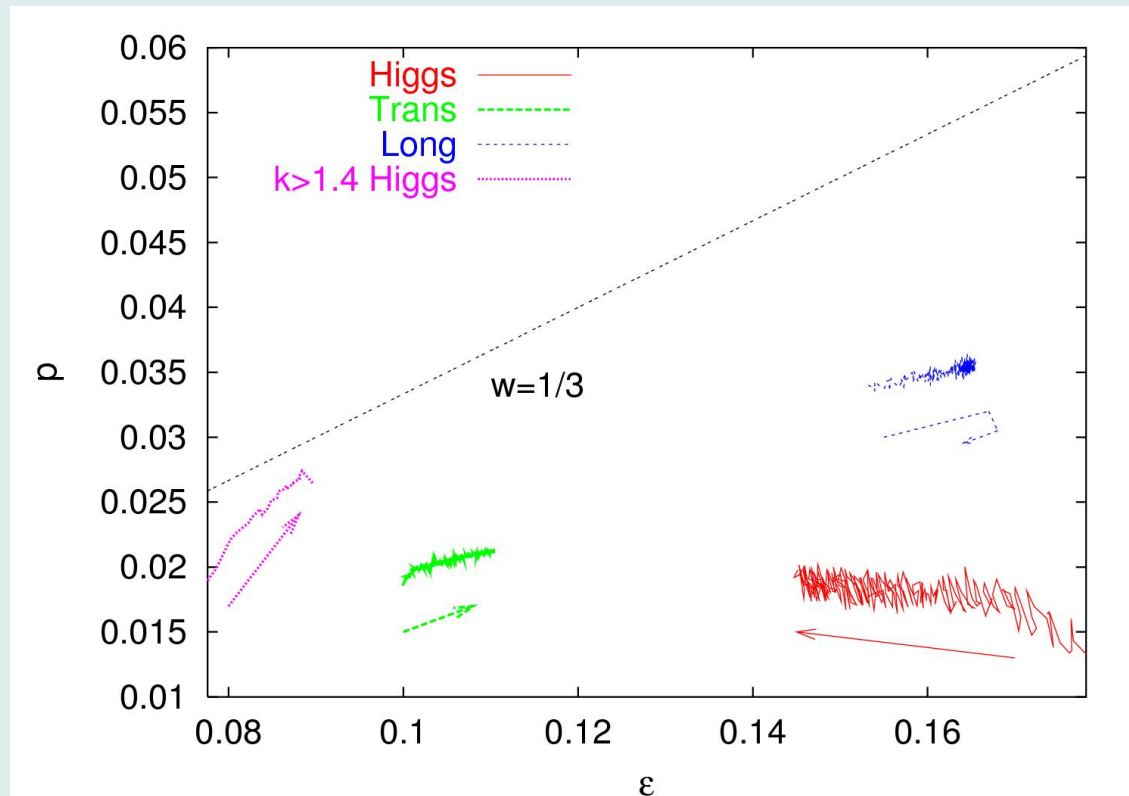
$$p_\rho = \frac{1}{2}\Pi_\rho^2 - \frac{1}{6}(\nabla\rho)^2 - V(\rho),$$

$$p_T = \frac{1}{6}[\mathbf{\Pi}_T^2 + (\nabla \times \mathbf{A}_T)^2 - e^2\rho^2\mathbf{A}_T^2],$$

$$p_L = \frac{1}{6}[\mathbf{\Pi}_L^2 - e^2\rho^2\mathbf{A}_L^2] + \frac{1}{2}\frac{1}{e^2\rho^2}(\nabla\Pi_L)^2.$$

Az állapotegyenletek trajektóriái

Időtartomány: $200 > |m|t > 60$



”Egyensúlyi” viselkedés
a mértékterekre: $w > 0$,

Egyensúlytól távoli
viselkedés

a Higgs-térre: $w < 0$

Longitudinális módus
erősebben gerjesztődik,
mint a transzverzális

Spektrális állapotegyenlet

A Higgs-tér példája ρ

$$\epsilon_\rho = K + G + V, \quad p_\rho = K - G - V + \frac{1}{3}(\nabla\rho(\mathbf{x}, t))^2$$

Feltételezés:

$$V(\rho) = \frac{1}{2}M_{eff}^2\rho(\mathbf{x}, t)^2$$

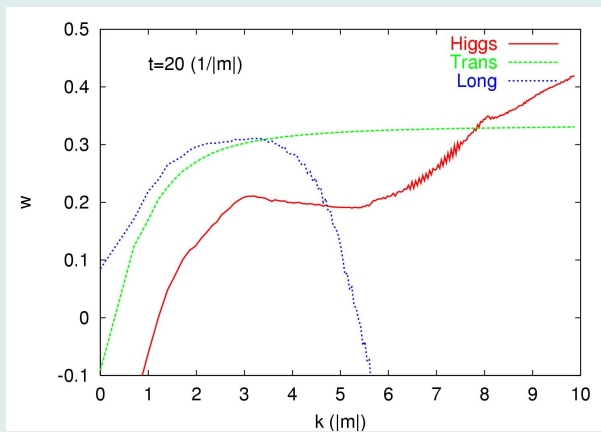
Minden \mathbf{k} -módusra a periódus-átlag:

$$\bar{K} = \bar{G} + \bar{V}$$

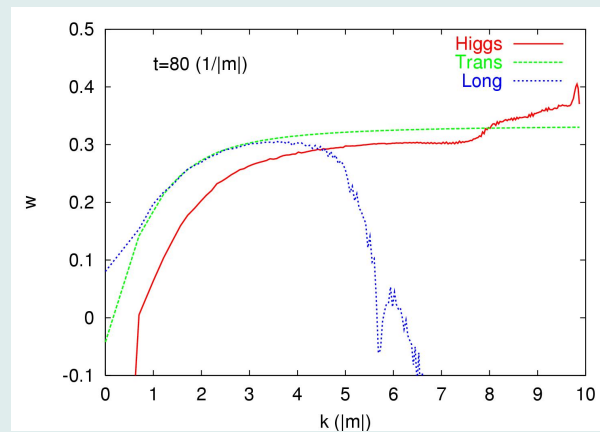
Módusonként bevezethető az állapotegyenlet:

$$w_\rho(\mathbf{k}, t) \equiv \frac{\bar{p}_\rho(\mathbf{k}, t)}{\bar{\epsilon}_\rho(\mathbf{k}, t)} = \frac{1}{3} \frac{\mathbf{k}^2}{\mathbf{k}^2 + M_{eff}^2}$$

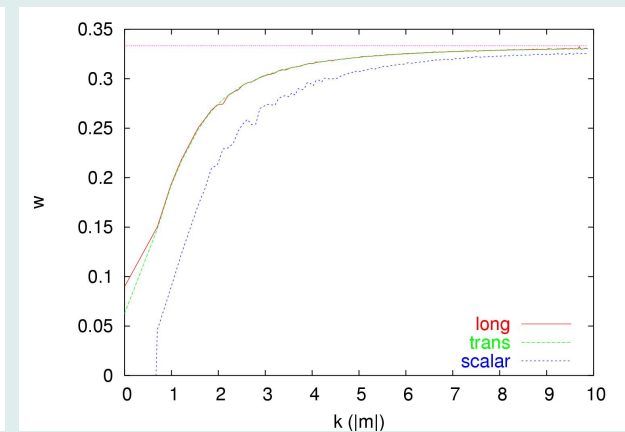
Hasonló konstrukció $\mathbf{A}_T, \mathbf{A}_L$ terekre



korai



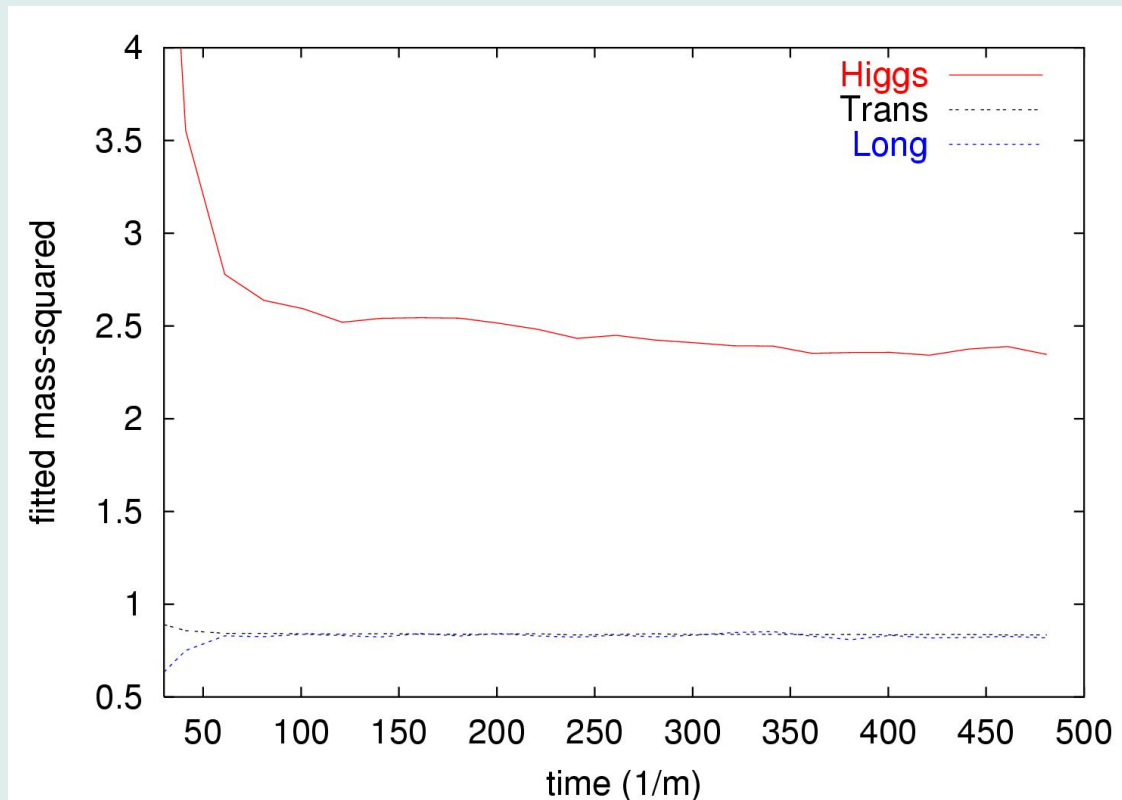
előtermalizált



termalizált

A Higgs-hatás – a tömeg születése

A spektrális állapotegyenletről nyert tömegek időfejlődése



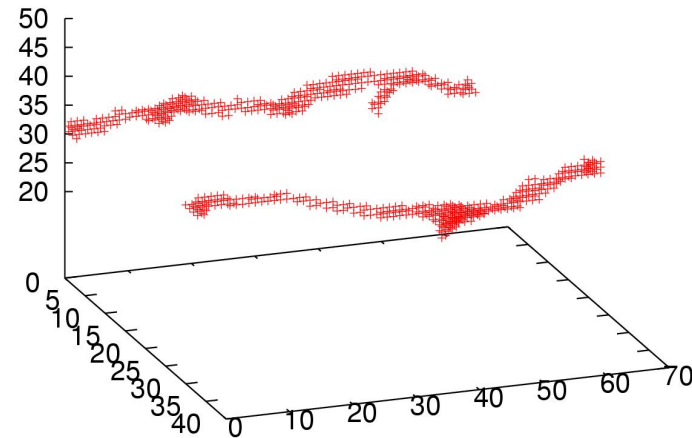
könnyű Goldstone → nehéz longitudinális vektor polarizáció

Topológikus konfigurációk keltése: Vortexek

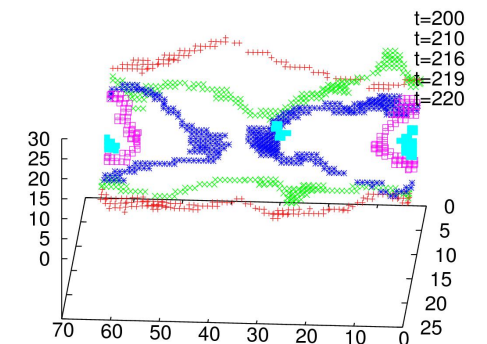
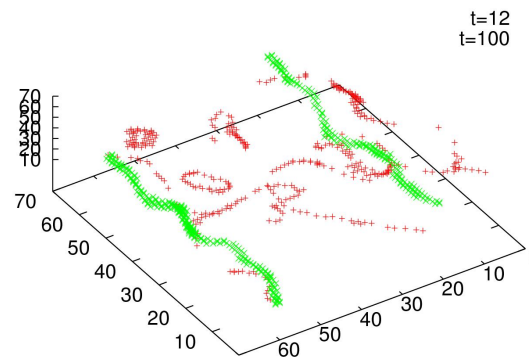
Nielsen-Olesen vortexek

Higgs-tér zérushelyeinek
láncolata körül
koherensen
gerjesztett vektortér

$\rho < 0.3v$ pontok 64^3 rácson



A vortex-pár
elő- és utó-élete



A Higgs-tér nullhelyeinek Hausdorff dimenziója

A Higgs-defektek halmaza: a rácspontok, ahol ρ abszolút értéke kicsi

$$X_{old}[\rho_{th}] = \{\mathbf{x} = (l, m, n) | \rho_{old}(l, m, n) < \rho_{th}\}.$$

Blokkolási transformáció: ráczállandó pdx ,
rácspont koordináták: $(L, M, N)pdx$. $p = 2, 3, 4, 6, 8$

$$\rho_{new}(L, M, N) = \min\{\rho_{old}(l, m, n) |$$

$$|l=Lp+i, m=Mp+j, n=Np+k, 0 \leq (i, j, k) < p\}$$

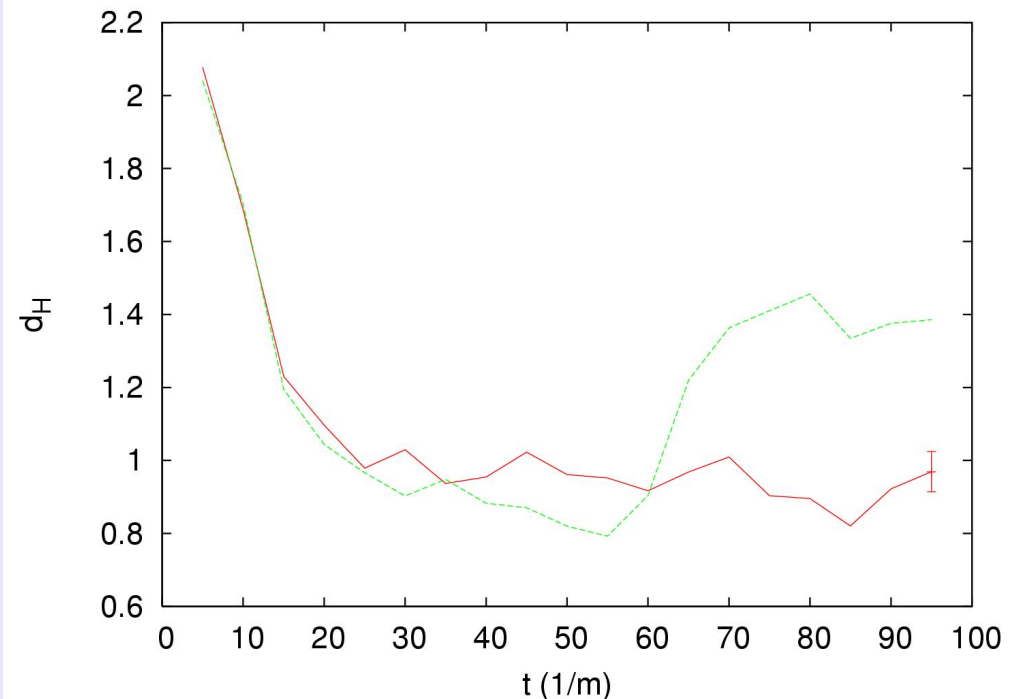
A blokkosított defekt sokaság:

$$X_{new}[\rho_{th}] = \{\mathbf{x} = (L, M, N) |$$
$$|\rho_{new}(L, M, N) < \rho_{th}\}.$$

Az X -hez tartozó blokkok száma a blokkosítás skálájának hatványfüggvénye:

$$\frac{N(X_{new})}{N(X_{old})} = p^{-d_H}.$$

Hausdorff dimenzió d_H - idő



Vortex-keltés Kibble mechanizmusa

Legurulási idő: az az idő, ami $\bar{\rho}$ első maximuma ρ_0 eléréséhez kell a potenciálhegy rögzített magassága (V_0) mellett λ hatványfüggvénye:

$$\tau \sim \rho_0^{0.64 \pm 0.01} \quad \rho_0 = \left(\frac{-6m^2}{\lambda} \right)^{1/2} \sim \left(\frac{m^2 V_0}{m^4} \right)^{1/2} \sim \frac{1}{m} \sim \frac{1}{\lambda^{1/4}}$$

A defekt-sűrűség λ -függését konvertáltuk τ -függésbe:

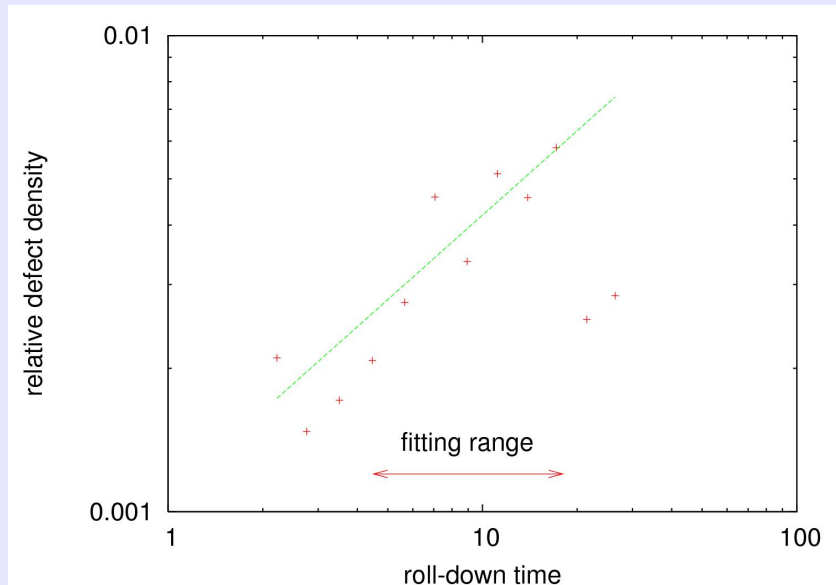
$$N_0 \sim \tau^z \quad z = 0.6 \pm 0.4$$

A vortexek hossza

\sim korrelációs hossz

$$\sim |m|^{-1} \sim \tau^{1.56}$$

$$n_{vortex} \sim \tau^{z-1.56} \sim \tau^{-1 \pm 0.4}$$



Barionszámkeltés $SU(2)$ mértékelméletben

$$B(t) = 3\langle N_{CS}(t) - N_{CS}(0) \rangle = \frac{3}{8\pi^2} \int_0^t dt' \int d^3x \langle E_k^a B_k^a \rangle$$

$$N_w = \frac{1}{24\pi^2} \int d^3x \epsilon_{klm} \text{Tr} (\partial_k V V^+ \partial_l V V^+ \partial_m V V^+)$$

N_w a Higgs-tér csavarodási száma

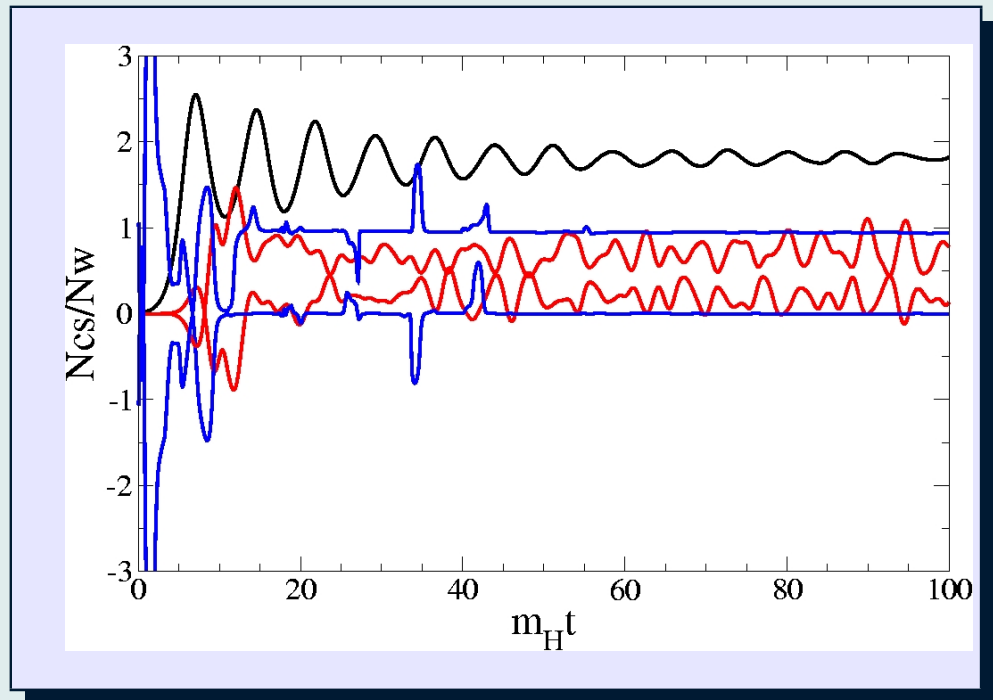
N_{CS} a Chern-Simons szám

V a komplex Higgs-dublethez kapcsolt $SU(2)$ elem

Alapállapotban $N_{CS} = N_w$

Numerikus vizsgálat
elektrogyenge skálán
tachyonikus instabilitás után,
CP-sértő tag beiktatásával
a Higgs-tér egyenletébe:

Smit, Tranberg (2002-2005),
van Meulen, Sexty, Smit, Tranberg
(2005)



Mozgásegyenletek kvantum korrekciója I.

Két-részecske irreducibilis egyenletek

I. A térben-időben változó rendparaméter **kvantum**egyenlete:

$$[\square + m^2 + \frac{\lambda}{6}\phi^2(y) + \frac{\lambda}{2}G(y, y)]\phi(y) - \frac{i\lambda}{6} \int_z G^3(y, z)\phi(z) = 0$$

II. $G(x, y)$ két-pont függvény egyenlete:

$$\begin{aligned} &[\square + m^2 + \frac{\lambda}{2}\phi^2(y) + \frac{\lambda}{2}G(y, y)]G(x, y) \\ &- \frac{i\lambda^2}{2} \int_C dz \phi(y)G^2(y, z)\phi(z)G(x, z) \\ &- \frac{i\lambda^2}{6} \int_C dz G^3(y, z)G(x, z) = \delta_C(x - y) \end{aligned}$$

$$G(x, y) = F(x, y) - \frac{i}{2}\epsilon_C(x^0 - y^0)\rho(x, y),$$

Baym-Kadanoff típusú egyenletrendszer

Klasszikus ekvipartíció \longrightarrow **Kvantumstatisztikák**

Heidelberg-csoport

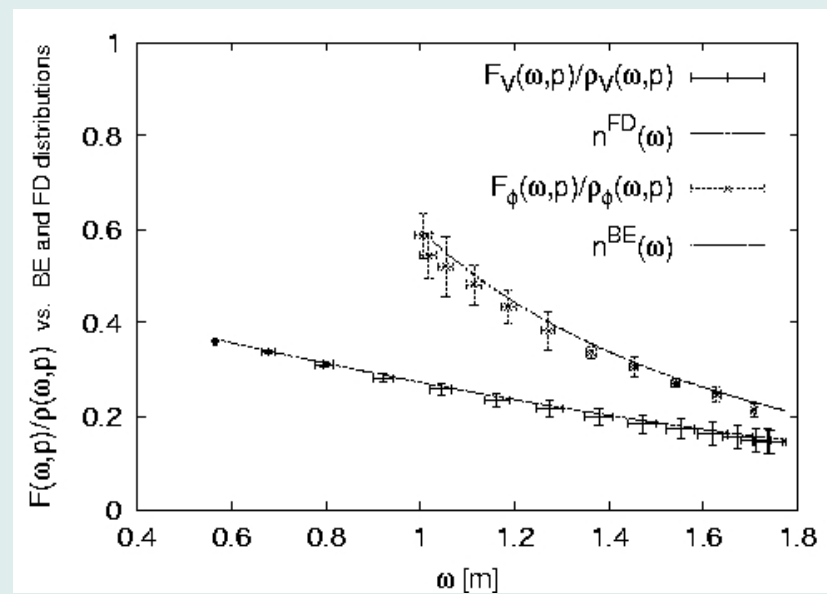
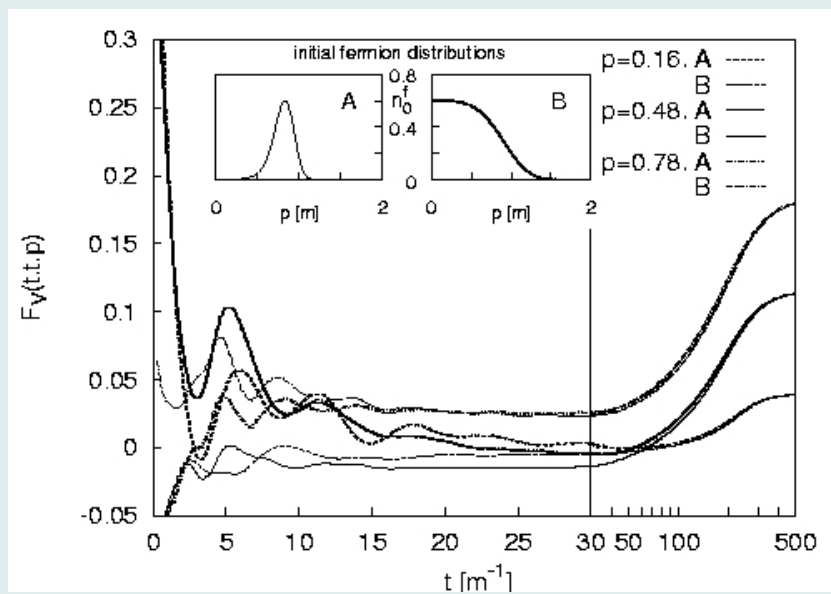
Aarts, Berges, Borsányi, Reinosa, Serreau, Wetterich (2001-től)

Mozgásegyenletek kvantum korrekciója II.

Fizikai információk:

$$\text{Részecskeszám: } n_k(t) + \frac{1}{2} = \sqrt{F_k(t, t') \times \partial_t \partial_{t'} F_k(t, t')}_{t=t'}$$

$$\text{Diszperzió: } \omega_k(t) = \sqrt{\partial_t \partial_{t'} F_k(t, t') / F_k(t, t')}_{t=t'}$$



A kezdeti állapottól (A, B) független $F_k(t = t')$

A kvantumstatisztikákkal egyező végállapot

Példa: Csatolt fermion-bozon elmélet (Berges, Borsányi, Serreau, 2003)

Összefoglalás

Az inflációt követő termalizáció három szakaszára

- a térelméleti tárgyalás módszereit kifejlesztették
- egyszerűsített térelméleti rendszereken sikerrel tesztelték
- fél-kvantitatív képet alakítottak ki az anyag-antianyag aszimmetria létrejöttének értelmezésére
- módszereket dolgoztak ki a topológikus kiterjedt objektumok keletkezésének szimulálására

Előretékiintés:

a teljes részecske-gravitációs rendszer dinamikáját követve, az infláció utáni termalizáció lenyomatának kimutatása a könnyű elemek elterjedésében vagy a kozmikus mikrohullámú háttérben