Evolúciós dinamika gráfokon

társszerzők: S. Redner, I. Scheuring, V. Sood

Tartalom:

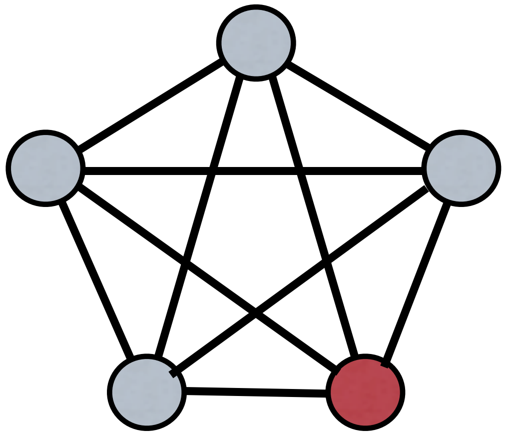
- Moran modell reguláris gráfokon
- Kitérő: játékok, tumor
- Általános gráfok

BOSTON UNIVERSITY

Moran modell reguláris gráfokon

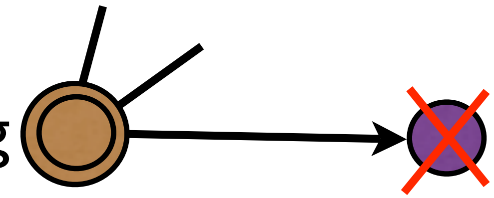
Rezidens: Fittség: 1

Mutáns: Fittség: r

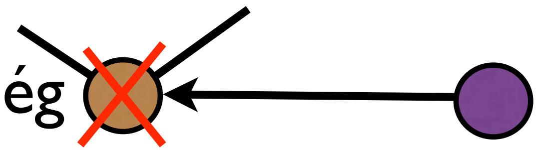


Dinamika:

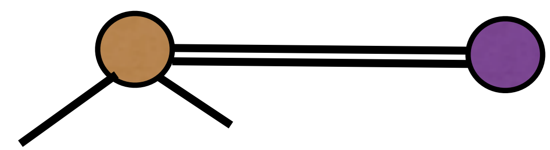
Invázió ~ fittség

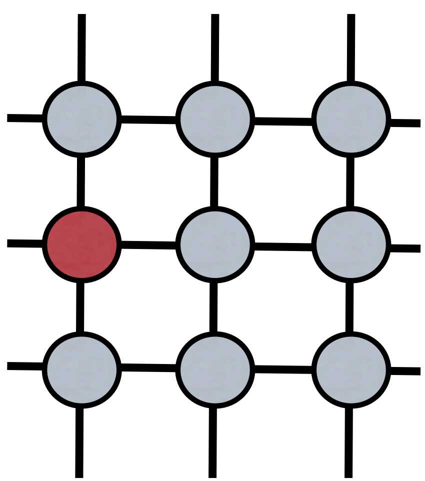


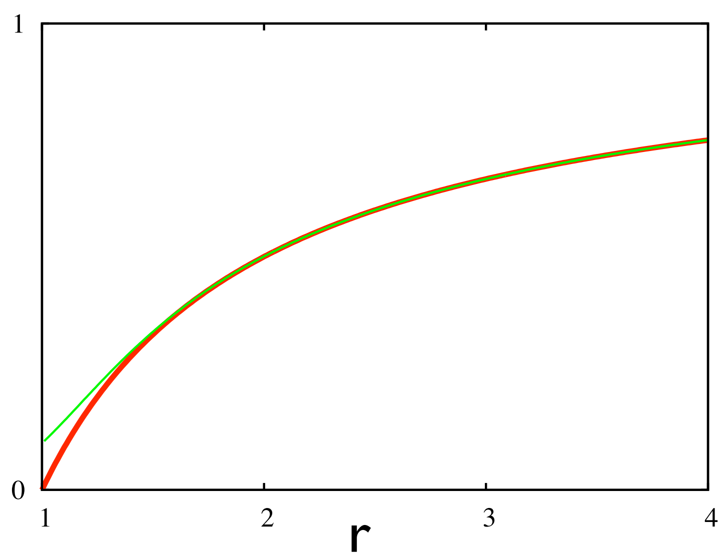
Szavazó ~ 1/fittség

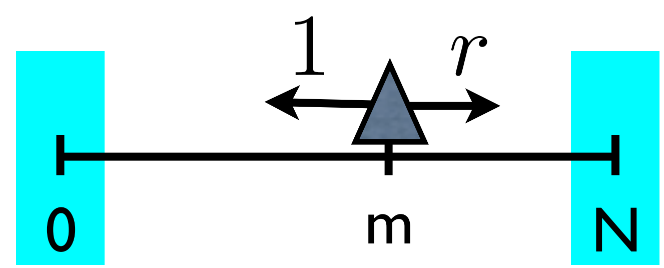


Link





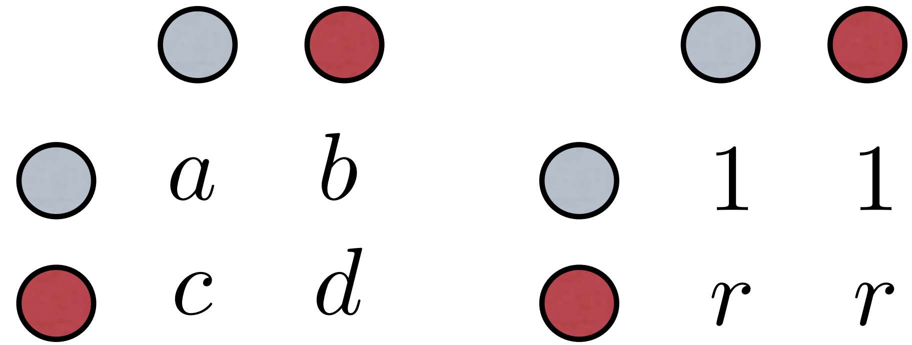


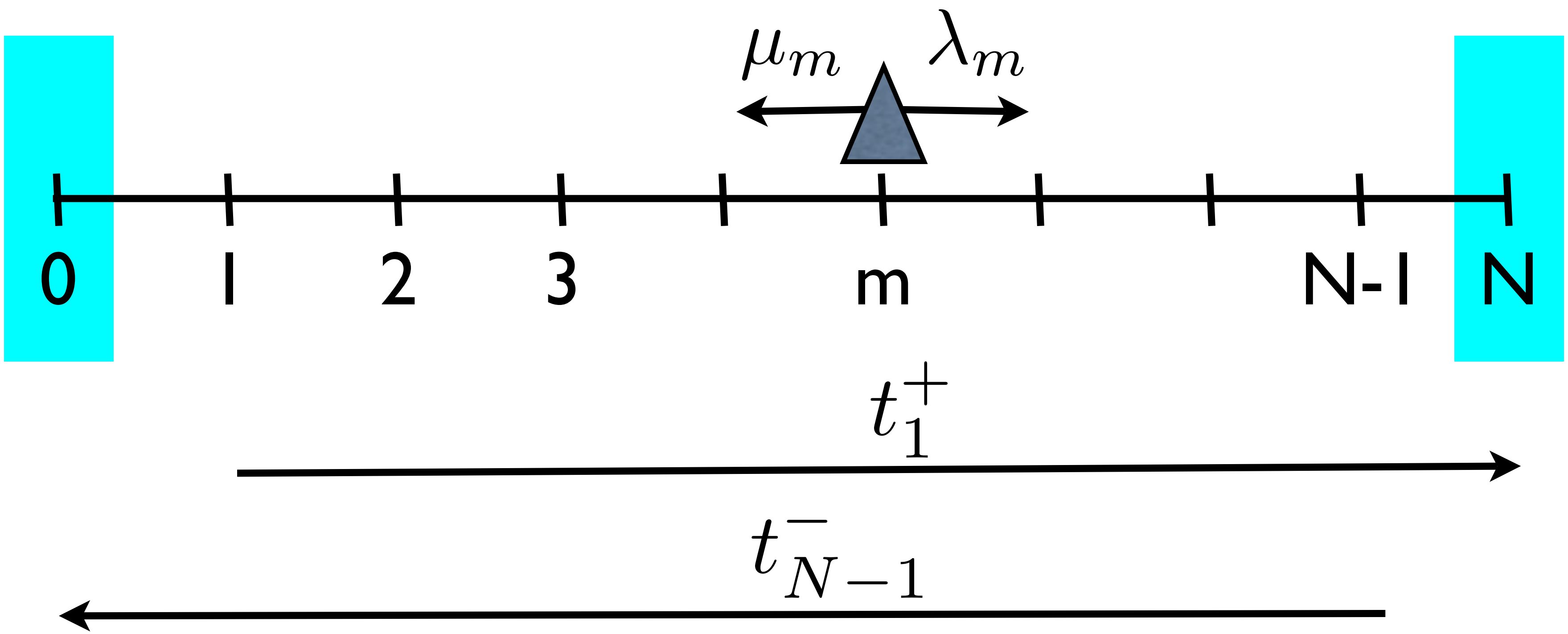


$$\mathcal{F}(\rho) = \frac{1-1/r^m}{1-1/r^N}$$

Játékok

T.A., I. Scheuring, Bull. Math. Biol., also q-bio/PE0509008

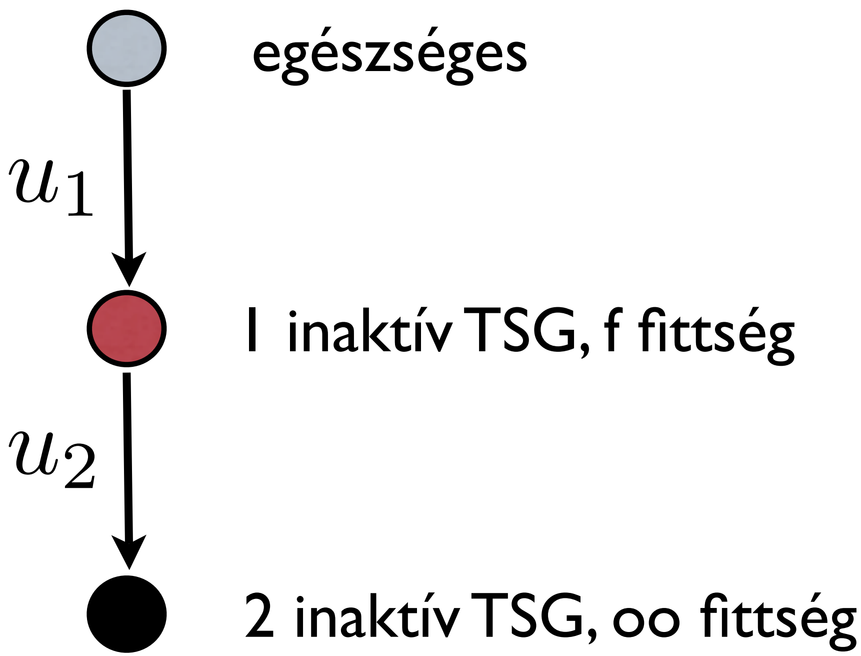


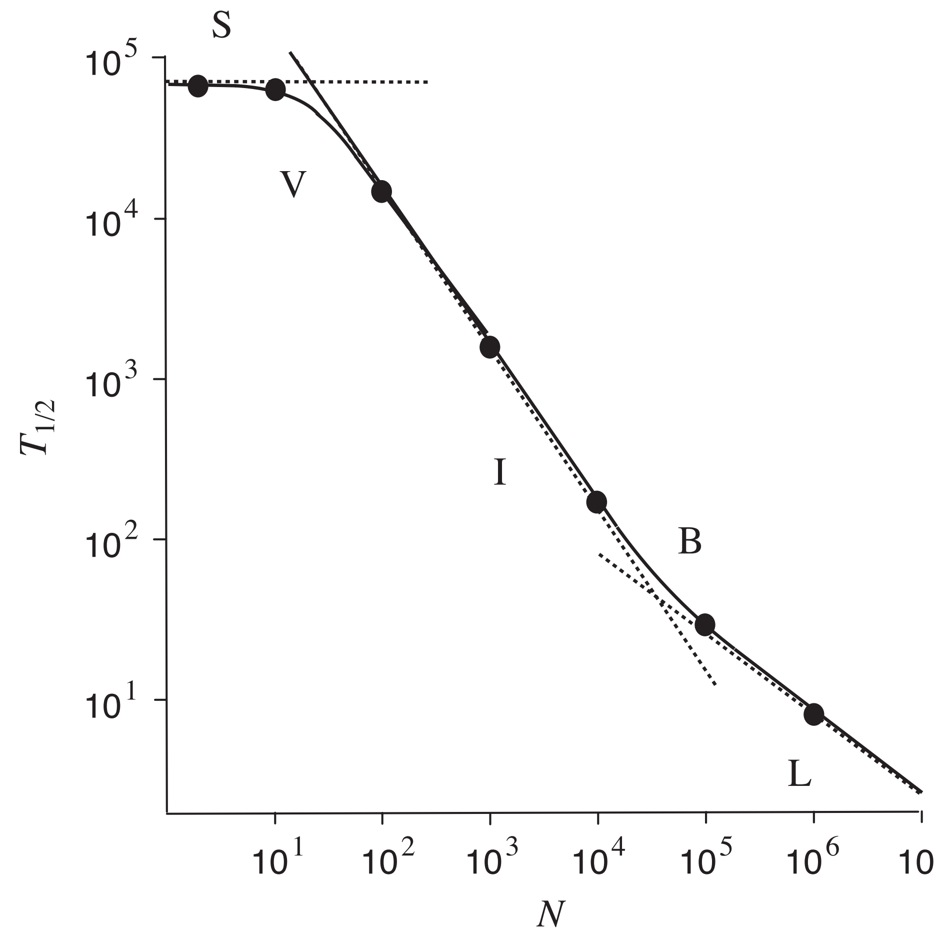


$$t_1^+ = t_{N-1}^-$$

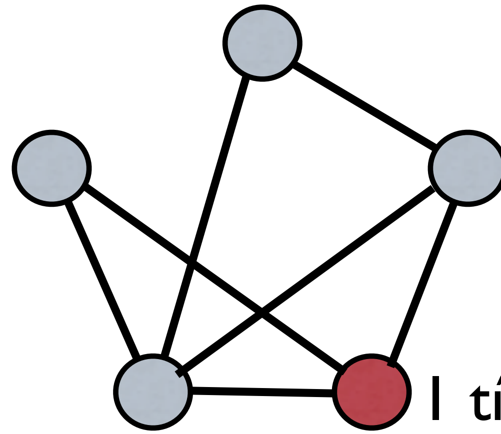
Tumor sejtek megjelenése

M. Nowak et al, PNAS vol. 101 no. 29 10635 (2004)





Általános gráfok



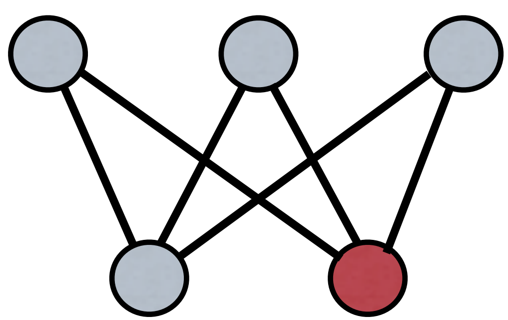
Szavazó

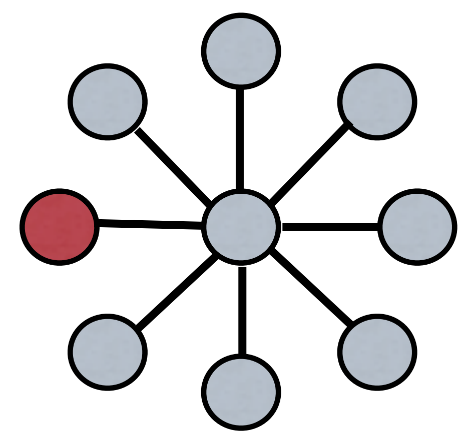
$$\mathbf{P}[\eta \to \eta_x] = \frac{1}{N} \sum_y \frac{A_{xy}}{k_x} \Big[(1-\eta(x))\eta(y) + (1-s)\eta(x)(1-\eta(y)\Big]$$

Diszkrét

$$\sum_x P[\eta \to \eta_x](\mathcal{F}[\eta_x] - \mathcal{F}[\eta_x]) = 0$$

egzakt megoldás a teljes biparticiós gráfon





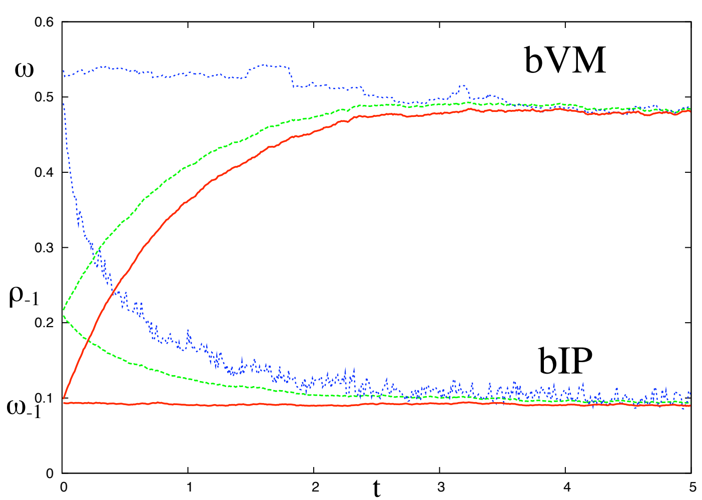
Folytonos generátor reguláris gráfra $$G = \alpha \left[s\partial_\rho + \frac{1}{N}(1 - \frac{s}{2})\partial_\rho^2 \right]$$

$G\mathcal{F} = 0$ megoldása

$$\mathcal{F}(\rho) = \frac{1 - (1-s)^{N\rho}}{1 - (1-s)^N} \to \frac{1 - e^{-N\rho s/(1-s/2)}}{1 - e^{-Ns/(1-s/2)}}$$

Korrelálatlan gráf $$A_{xy} = \frac{k_x k_y}{\mu_1 N}$$

$$G = \frac{1}{\delta t} \sum_k \left[\delta\rho_k (\mathbf{F}_k - \mathbf{B}_k)\partial_k + \frac{(\delta\rho_k)^2}{2}(\mathbf{F}_k + \mathbf{B}_k)\partial_k^2 \right]$$



$$\omega_n = \frac{1}{N\mu_n} \sum_x k_x^n \eta(x)$$

Szavazó ω_1 (Link $\omega_0 = \rho$ Invázió ω_{-1})

Egyensúlyi esetben megmaradó,
hajtott esetben lassan változó

Változó csere

$$G = \omega(1-\omega)\left[s\partial_\omega + \frac{\mu_2}{\mu_1^2 N}\left(1-\frac{s}{2}\right)\partial_\omega^2\right]$$

N_{eff}

Skálafüggetlen gráfokra, ahol $n_k \sim k^{-\nu}$

véletlen diffúzió dominál, ha $N < N_c \sim \begin{cases} s^{-1} & \nu \geq 3, \\ s^{-(\nu-1)/(2\nu-4)} & 2 < \nu < 3, \\ e^{1/s^{1/2}} & \nu = 2, \end{cases}$

és szelekció dominál, ha $N > N_c$

Szavazó

$$\mathcal{F}(\rho) = \frac{1-(1-s)^{N_{\text{eff}}\omega}}{1-(1-s)^{N_{\text{eff}}}}$$

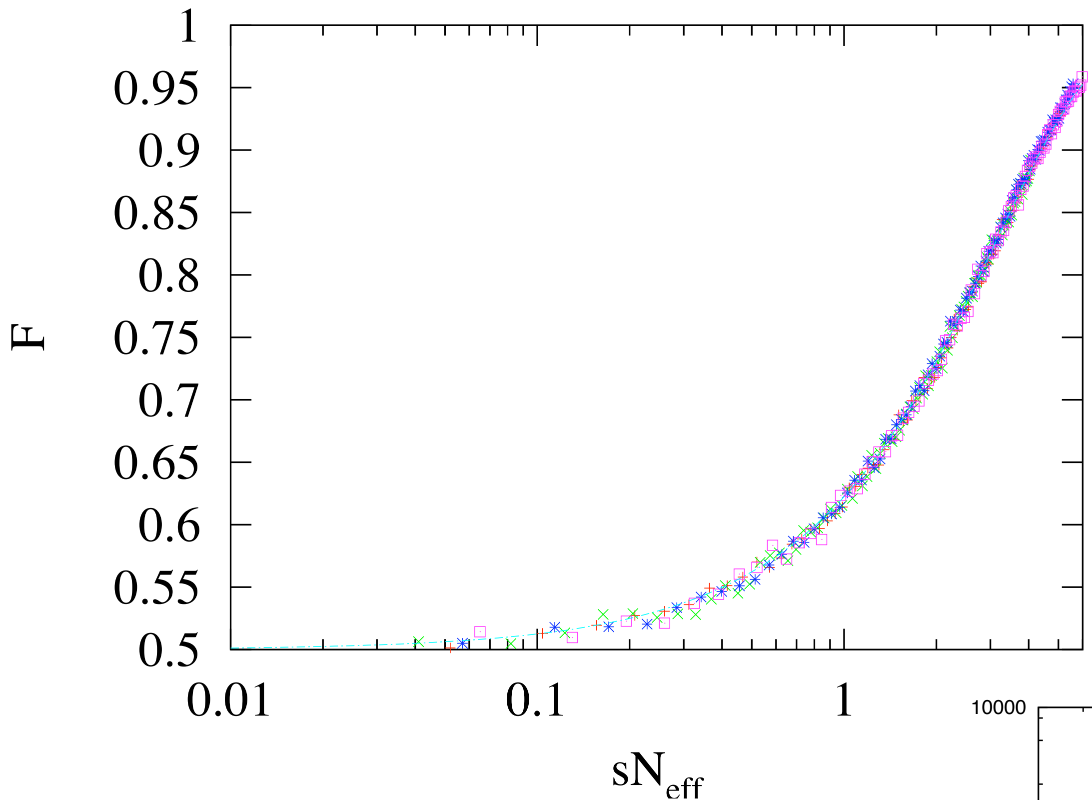
$$\mathcal{F}(k) \approx \begin{cases} \dfrac{k}{N\mu_1} & s \ll 1/N_{\text{eff}}\,; \\ \dfrac{sk\mu_1}{\mu_2} & 1/N_{\text{eff}} \ll s \ll 1\,. \end{cases}$$

Invázió

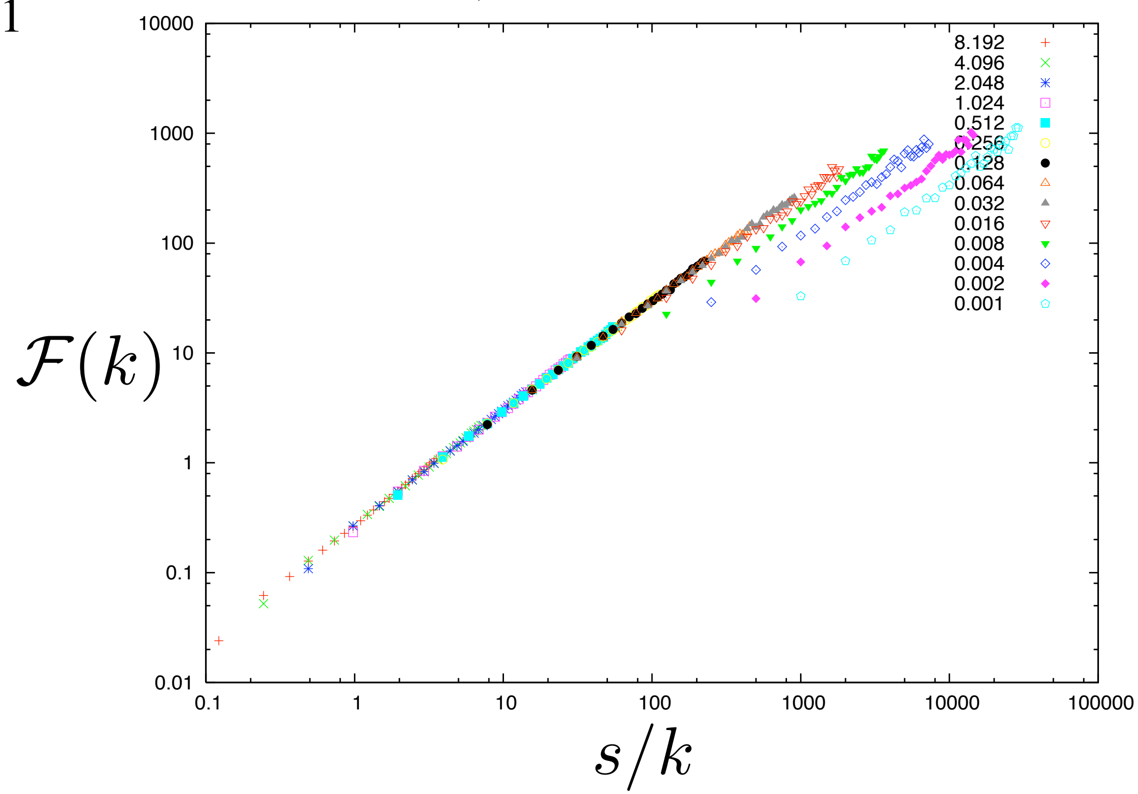
$$\mathcal{F}(\rho) = \frac{1-(1-s)^{N\omega_{-1}}}{1-(1-s)^{N}}$$

$$\mathcal{F}(k) \approx \begin{cases} \dfrac{1}{Nk\mu_1} & s \ll 1/N\,; \\ \dfrac{s}{k\mu_{-1}} & 1/N \ll s \ll 1\,. \end{cases}$$

Szavazó, fix kezdeti ω



Invázió, kezdetben 1 mutáns



Összefoglaló

- Szavazó modellben a diffúzió jelentősége megnő
- Szavazó modellben sok kapcsolat segít a mutánsnak
- Invázió modellben a kevés kapcsolat a kedvező